

ĐÁP ÁN 12 BÀI THI THỬ TRỰC TUYẾN TỪ 04/04/2021 ĐẾN 26/05/2021

Các bài thi thử này nhằm chuẩn bị cho học sinh có một số bài tập hơi lạ một chút.
(ngoài sách tuyển sinh 10 của các quận huyện và một số sách tham khảo khác)
 Dĩ nhiên trong quá trình soạn và viết đáp án không tránh khỏi những thiếu sót.
 Chúng tôi rất mong có sự hợp tác của quý thầy cô và học sinh.
 Chúng tôi sẵn lòng chia sẻ với quý thầy cô và học sinh tài liệu này.

Giáo viên soạn đề: Thầy Phạm Văn Khải nak.pvk@gmail.com
Giáo viên viết đáp án: Thầy Phạm Văn Khải nak.pvk@gmail.com
Thầy Nguyễn Phạm Duy Anh nguyenphamduyanh@gmail.com
Cô Nguyễn Huỳnh Hải Yến haiyendo112@gmail.com

Trước hết chúng ta tham khảo hai bài toán sau có liên hệ với các đề trực tuyến này

ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ TALET VÀ HỆ QUẢ CỦA ĐỊNH LÝ TALET SỬ DỤNG BÀI TOÁN GÓC PHÁT TRIỂN MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC CÓ TÍNH TƯƠNG TỰ

Bài toán 1. Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Chọn điểm O nằm giữa A và M. Tia BO cắt AC tại điểm K. Tia CO cắt AB tại điểm E. Chứng minh $EK \parallel BC$.

Giải

Không thể nào dùng kiến thức ở lớp 7 để giải quyết bài toán này được.

Muốn chứng minh $EK \parallel BC$ ta cần chứng minh: $\frac{AE}{AB} = \frac{AK}{AC}$

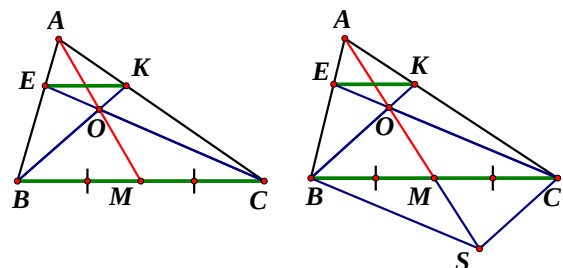
Nghĩa là cần phải có các đường thẳng song song.

Để tạo ra hai đường thẳng song song ta vẽ hình bình hành BOCS

Do $EO \parallel BS \Rightarrow \frac{AO}{AS} = \frac{AE}{AB}$

Do $OK \parallel SC \Rightarrow \frac{AO}{AS} = \frac{AK}{AC}$

Suy ra: $\frac{AE}{AB} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow EK \parallel BC$



Ta sẽ trình bày như sau:

Chọn điểm S sao cho M là trung điểm của OS.

Ta lại có: M cũng là trung điểm của BC (gt).

Nên tứ giác BOCS là hình bình hành.

Hoặc ghi: Vẽ hình bình hành BOCS

Do M là trung điểm của BC

Nên M cũng là trung điểm của OS (tính chất hai đường chéo của hình bình hành)

Vậy các điểm A, O, M và S thẳng hàng.

Mọi sự cố gắng một chút thôi, đều có sự thành công của nó.

Cho nên: $EO \parallel BS$ và $KO \parallel CS$

Do đó: $\frac{AO}{AS} = \frac{AE}{AB}$ và $\frac{AO}{AS} = \frac{AK}{AC}$ (định lý Talet)

Suy ra: $\frac{AE}{AB} = \frac{AK}{AC}$

Nên: $EK \parallel BC$ (định lý Talet đảo)

(Chúng ta thử chứng minh cách khác nhé)

Chỉ cần một chìa khóa thôi, có thể giải quyết được rất nhiều bài toán.

Bài 1.1 Cho $\triangle SEK$ có SQ là đường trung tuyến. Chọn điểm G nằm giữa S và Q. Tia EG cắt SK tại điểm M. Tia KG cắt SE tại điểm A.

a) Chứng minh: $AM \parallel EK$.

b) Gọi O là giao điểm của SQ và AM. Chứng minh: O là trung điểm của AM.

Bài 1.2 Cho $\triangle ABC$ có AM là đường trung tuyến. Trên tia đối của tia MA chọn điểm O. Giả sử: Tia BO cắt tia AC tại điểm K, tia CO cắt tia AB tại điểm E.

a) Chứng minh: $EK \parallel BC$.

b) Gọi I là giao điểm của AM và EK. Chứng minh: I là trung điểm của EK.

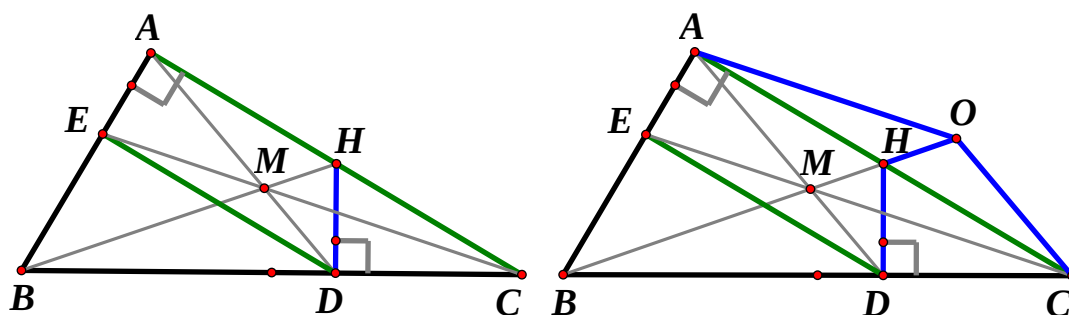
Bài 1.3 Cho tam giác ABC vuông ở A. Gọi H là trung điểm của AC. Vẽ HD vuông góc với CB tại D.

a) Chứng minh: $\triangle CDH \sim \triangle CAB$ và $CA^2 = 2CD.CB$

b) AD và BH giao nhau tại M. Tia CM cắt AB ở E. Chứng minh: $DE \perp AB$

Giải

Gợi ý: Vẽ hình bình hành AMCO và áp dụng bài toán 1.



Bài 1.4 Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Gọi M là giao điểm của AC và BD. Từ M vẽ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt AD, BC lần lượt ở E và K.

a) Chứng minh: M là trung điểm của EK.

b) Chứng minh: $\frac{1}{ME} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$ và suy ra: $\frac{2}{EK} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$

c) BE cắt AM, AK lần lượt ở O và I. Tia KO cắt AE tại điểm Q.

Chứng minh: $EK \parallel QI$.

Bài 1.5 Cho tam giác ABC vuông ở A có AH là đường cao. Gọi E, K lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC.

a) Chứng minh: $AE.AB = AK.AC = HB.HC$ (gợi ý chứng minh cùng bằng AH^2)

b) Chứng minh: $\angle EAK = \angle ACB$

c) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với EK cắt BC tại điểm M. Trên tia đối của tia MA chọn điểm O. Giả sử: Tia BO cắt tia AC tại điểm Q, tia CO cắt tia AB tại điểm S. SQ cắt AM, AH lần lượt tại T và V.

Chứng minh: $AV \perp SQ$ và T là trung điểm của SQ.

Bài 1.6 Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) có AH là đường cao. Vẽ về phía ngoài $\triangle ABC$ các tam giác vuông cân tại A: AEB, AKC. Trên tia đối của tia AH chọn điểm M (M nằm trong $\triangle AEK$). Tia EM cắt AK tại điểm G. Tia KM cắt AE tại điểm V. Chứng minh: $EK \parallel VG$.

Hãy cố gắng làm, dù chỉ một bài thôi nhé.

Bài toán 2. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Gọi M là giao điểm của AC và BD. Từ M vẽ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt AD, BC lần lượt ở E và K.

a) Chứng minh: M là trung điểm của EK.

b) Chứng minh: $\frac{1}{ME} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$ và suy ra: $\frac{2}{EK} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$

Giải

a) Chứng minh: M là trung điểm của EK.

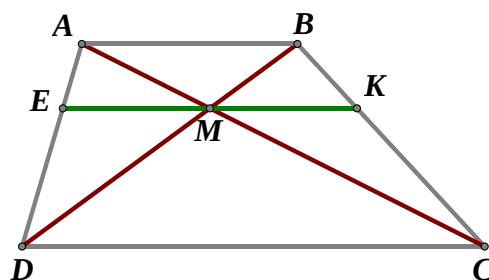
Ta có: $EK \parallel AB$ (gt) và $AB \parallel CD$ (gt)

Nên: $\frac{DM}{DB} = \frac{ME}{AB}$; $\frac{CM}{CA} = \frac{MK}{AB}$; $\frac{DM}{DB} = \frac{CM}{CA}$
(hệ quả của định lý Talet)

Suy ra: $\frac{ME}{AB} = \frac{MK}{AB}$

Hay: $ME = MK$

Vậy: M là trung điểm của EK.



b) Chứng minh: $\frac{1}{ME} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$ và suy ra: $\frac{2}{EK} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$

Ta có: $EK \parallel AB$ (gt) và $EK \parallel CD$ (cùng song song với AB).

Nên: $\frac{DE}{DA} = \frac{ME}{AB}$ và $\frac{AE}{AD} = \frac{ME}{CD}$ (định lý Talet)

Suy ra: $\frac{DE}{DA} + \frac{AE}{AD} = \frac{ME}{AB} + \frac{ME}{CD}$

Hay: $\frac{AD}{AD} = \frac{ME}{AB} + \frac{ME}{CD}$

$$1 = \frac{ME}{AB} + \frac{ME}{CD}$$

$$\frac{1}{ME} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$$

Ta lại có: $\frac{1}{ME} = \frac{2}{EK}$ (M là trung điểm của EK)

Nên: $\frac{2}{EK} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $6x^2 - 3x - 4 = 0$ $x_1; x_2$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^2$$

Câu 3 (1 điểm). Lớp 9A₁₀ có 18 nam và 14 nữ. Trong việc quyên sách cho các bạn ở nông thôn bạn Duy cho rằng: Mỗi bạn nữ góp số sách như nhau.

Mỗi bạn nam góp số sách như nhau.

Mỗi bạn nữ góp ít hơn mỗi bạn nam 3 cuốn.

Tổng số sách góp được của lớp phải lớn hơn hoặc bằng 150 cuốn.

Hỏi mỗi bạn nữ phải góp ít nhất bao nhiêu cuốn sách?

Câu 4 (1 điểm). Cửa hàng ABC chuyên mua bán gạo nàng hương vùng Chợ Đào (Long An). Nếu mua 3kg thì trả 50 ngàn đồng. Bắt đầu từ 4kg trở nên mỗi kg có giá là 16 ngàn đồng. Gọi x là số kg gạo (x nguyên dương và $x \geq 3$), y (ngàn đồng) là số tiền trả tương ứng với x. Cho biết y liên hệ với x qua công thức: $y = ax + b$.

a) Hãy biểu diễn y theo x.

b) Bà Đông mua gạo ở cửa hàng trên với số tiền trả là 370 ngàn đồng. Hỏi bà Đông đã mua bao nhiêu kg gạo nàng hương vùng Chợ Đào ?

Câu 5 (1 điểm). Năm 2021 hai bạn Vương và Tròn cùng học lớp 9A₁. Bạn Vương sinh trước bạn Tròn 152 ngày. Sinh nhật của bạn Vương rơi vào tháng 3 còn sinh nhật của bạn Tròn rơi vào tháng bảy. Hãy tính ngày sinh nhật của bạn Tròn và ngày đó rơi vào thứ mấy trong tuần. Lịch của tháng ba và tháng bảy năm 2021 ở bảng sau:

Tháng 3

Thứ	Hai	Ba	Tư	Năm	Sáu	Bảy	CN
	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31				

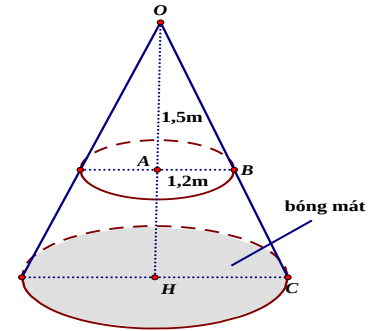
Tháng 7

Thứ	Hai	Ba	Tư	Năm	Sáu	Bảy	CN
				1	2	3	4
	5	6	7	8	9	10	11
	12	13	14	15	16	17	18
	19	20	21	22	23	24	25
	26	27	28	29	30	31	

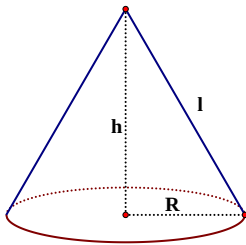
Câu 6 (1 điểm). Một cái dù che nắng hình nón có chiều cao 1,5m, bán kính đáy là 1,2m

- a) Hãy tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.
b) Cái dù phải cách mặt đất khoảng bao nhiêu mét để có bóng mát (như hình 1) có diện tích khoảng **24,5m²**.

(**Chú ý:** Cho biết $\pi \approx 3,14$. Các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

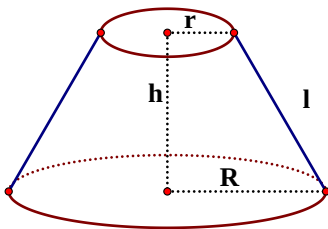


Hình 1



Diện tích xung quanh hình nón : $S = \pi Rl$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$



Diện tích xung quanh hình nón cụt:

$$S = \pi(R + r)l$$

Thể tích khối nón cụt:

$$V = \frac{1}{3} \pi (R^2 + r^2 + Rr)h$$

Câu 7 (1 điểm). Hai ông Kỳ Co và Eo Gió chung vốn mở một công ty (tên là Thu Hân) chuyên sản xuất giày thể thao. Ông Kỳ Co góp 180 tỷ đồng, ông Eo Gió góp 10% tổng số vốn của công ty. Tháng sau ông Kỳ Co rút một số vốn để đầu tư vào công ty khác. Ông Eo Gió đầu tư thêm vốn vào công ty Thu Hân bằng số vốn của ông Kỳ Co rút ra. Lúc này ông Eo Gió góp 20% tổng số vốn của công ty. Tính số vốn còn lại của ông Kỳ Co ở công ty Thu Hân.

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), $\angle BAC = 60^\circ$. Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE và CF của $\triangle ABC$.

- a) Tính $\angle BOC$ và chứng minh tứ giác BHOC nội tiếp.
b) Giả sử $S_{ABC} = 360 \text{ dm}^2$. Hãy tính S_{AEF} .
c) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng vuông góc với HI ở I cắt AB, AD, AC lần lượt ở Q, G, S. Chứng minh: $GQ = GS$.

Hết

Hướng dẫn làm câu 8c: Đưa GQ và IC vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.
Đưa GS và IB vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.
Vẫn có thể làm cách khác được.

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình : $6x^2 - 3x - 4 = 0$ có $x_1; x_2$ là hai nghiệm.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

$$x_2^2 + x_1^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{19}{12}$$

$$\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right)^2 = \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}\right)^2 = \frac{(x_2 - x_1)^2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} = \frac{\frac{19}{12} - 2\left(\frac{-2}{3}\right)}{\left(\frac{-2}{3}\right)^2} = \frac{105}{16}$$

Câu 3 (1 điểm).

Gọi số sách của mỗi bạn nữ góp là x (cuốn) (x nguyên dương).

Số sách của mỗi bạn nam góp là x + 3

Do mỗi bạn nữ góp số sách như nhau và mỗi bạn nam góp số sách như nhau.

Nên tổng số sách của lớp 9A₁₀ góp là: $18(x + 3) + 14x = 32x + 54$

Tổng số sách góp được của lớp phải lớn hơn hoặc bằng 150 cuốn.

Nên ta có: $32x + 54 \geq 150 \Leftrightarrow 32x \geq 96 \Leftrightarrow x \geq 3$

Vậy mỗi bạn nữ phải góp ít nhất 3 cuốn sách.

Câu 4 (1 điểm).

a) Do nếu mua 3kg thì trả 50 ngàn đồng. Bắt đầu từ 4kg trở nên mỗi kg có giá là 16 ngàn đồng. Gọi x là số kg gạo (x nguyên dương và $x \geq 3$)

Nên tổng số tiền mua x là số kg gạo (x nguyên dương và $x \geq 3$) là:

$$y = 16(x - 3) + 50$$

$$\Leftrightarrow y = 16x + 2$$

b) Bà Đông mua gạo ở cửa hàng trên với số tiền trả là 370 ngàn đồng.

Nên ta có: $16x + 2 = 370 \Leftrightarrow 16x = 368 \Leftrightarrow x = 23$ (nhận)

Vậy bà Đông đã mua 23 kg gạo nàng hương vùng Chợ Đào.

Câu 5 (1 điểm)

Tháng 3

Thứ	Hai	Ba	Tư	Năm	Sáu	Bảy	CN
	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31				

Tháng 7

Thứ	Hai	Ba	Tư	Năm	Sáu	Bảy	CN
				1	2	3	4
	5	6	7	8	9	10	11
	12	13	14	15	16	17	18
	19	20	21	22	23	24	25
	26	27	28	29	30	31	

Gợi ý giải:

Nếu bạn Vuông sinh nhật vào ngày 02/03/2021.

Do bạn Vuông sinh trước bạn Tròn 152 ngày.

Tính toán.....

Bạn Tròn sinh nhật vào ngày 01/08/2021.

Điều này trái với giả thiết sinh nhật của bạn Tròn rơi vào tháng bảy.

Lập luận cho những ngày sinh nhật còn lại của bạn Vuông: 03/03/2021; 04/03/2021...; 31/03/2021 thì sinh nhật của bạn Tròn không phải là tháng bảy.

Vậy sinh nhật của bạn Vuông là ngày 01/03/2021.

Do bạn Vuông sinh trước bạn Tròn 152 ngày.

Ta tính toán được bạn Tròn sinh nhật vào ngày thứ bảy 31/07/2021.

Câu 6 (1 điểm).

a) Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.

Ta có: $OB^2 = OA^2 + AB^2$ (định lý Pytago ở $\triangle OAB$ vuông ở A)

$$OB^2 = 1,5^2 + 1,2^2 = 3,69$$

$$OB = \sqrt{3,69} \text{ (m)}$$

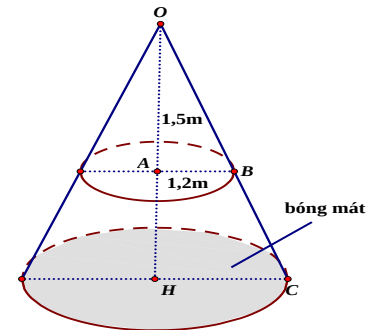
$$\text{Thể tích của hình nón: } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 1,2^2 \cdot 1,5$$

$$V \approx \text{ (m}^3\text{)}$$

Diện tích xung quanh của hình nón:

$$S = \pi R l \approx 3,14 \cdot 1,2 \cdot \sqrt{3,69}$$

$$S \approx \text{ (m}^2\text{)}$$



Hình 1

b) Cái dù phải cách mặt đất khoảng bao nhiêu mét để có bóng mát (như hình 1) có diện tích khoảng $24,5\text{m}^2$.

Ta có: $\pi \cdot HC^2 = 24,5$

$$HC = \sqrt{\frac{24,5}{\pi}}$$

Do $AB \parallel HC$ (gt)

Nên: $\frac{OA}{OH} = \frac{AB}{HC}$ (hệ quả của định lý Talet)

$$OH = \frac{OA \cdot HC}{AB} = \frac{1,5 \cdot \sqrt{\frac{24,5}{\pi}}}{1,2}$$

$$OH \approx$$

Vậy cái dù cách mặt đất khoảng:

Câu 7 (1 điểm).

Cách 1:

Do ông Eo Gió góp 10% tổng số vốn của công ty.

Vậy ông Kỳ Co góp 90% tổng số vốn của công ty ứng với số tiền góp là 180 tỷ đồng.

Tổng số vốn của công ty Thu Hân là: $180 : 90\% = 200$ (tỷ đồng)

Ông Eo Gió đầu tư thêm vốn vào công ty Thu Hân bằng số vốn của ông Kỳ Co rút ra.

Nên tổng số vốn của công ty vẫn là: 200 tỷ đồng.

Do ông Eo Gió góp 20% tổng số vốn của công ty.

Vậy ông Kỳ Co góp 80% tổng số vốn của công ty.

Số vốn của ông Kỳ Co còn lại là:

$$200 \cdot 80\% = 160 \text{ (tỷ đồng)}$$

Cách 2:

Gọi số vốn của ông Eo Gió góp lúc đầu là x (tỷ đồng) ($0 < x < 180$)

Số vốn này ứng với 10% tổng số vốn của công ty Gia Hân, nên ta có:

$$\frac{x}{x + 180} = 10\% \Leftrightarrow x = 10\%x + 18 \Leftrightarrow 90\%x = 18 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (nhận)}$$

Ông Eo Gió đầu tư thêm vốn vào công ty Thu Hân bằng số vốn của ông Kỳ Co rút ra.
Nên tổng số vốn của công ty vẫn là: $180 + 20 = 200$ (tỷ đồng).

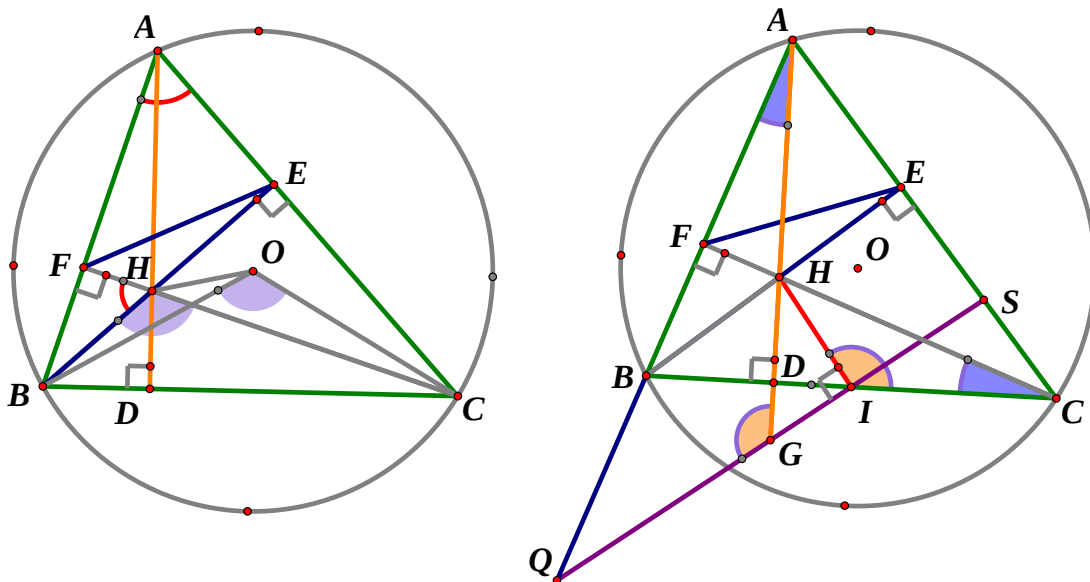
Gọi số vốn của ông Eo Gió góp lúc sau là y (tỷ đồng) ($20 < y < 180$)

Số vốn này ứng với 20% tổng số vốn của công ty, nên ta có:

$$\frac{y}{200} = 20\% \Leftrightarrow y = 20\% \cdot 200 \Leftrightarrow y = 40 \text{ (nhận)}$$

Số vốn của ông Kỳ Co còn lại là:

$$200 - 40 = 160 \text{ (tỷ đồng)}$$



Câu 8 (3 điểm).

a) Tính $\widehat{BOC}$ và chứng minh tứ giác BHOC nội tiếp.

Ta có: $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC)

$$\widehat{BOC} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

Ta lại có: $\widehat{BHF} = \widehat{BAC} = 60^\circ$ (cùng phụ $\widehat{AHF}$)

$$\widehat{BHF} + \widehat{BHC} = 180^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

Nên: $\widehat{BHC} = 120^\circ$

Vậy: $\widehat{BOC} = \widehat{BHC} (= 120^\circ)$

Nên tứ giác BHOC nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh H và O cùng nhìn cạnh BC với 120°)

b) Giả sử $S_{ABC} = 360 \text{ dm}^2$. Hãy tính S_{AEF} .

Ta chú ý: Nếu hai tam giác đồng dạng với nhau thì tỷ số diện tích của hai tam giác bằng bình phương tỷ số đồng dạng.

Công việc bây giờ chứng minh: $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ và tính được $\frac{AE}{AB}$

Chứng minh: $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ Nghĩa là cần có $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$
 Nếu có tứ giác BFEC nội tiếp.
 Việc chứng minh này dễ dàng.

Tính được $\frac{AE}{AB}$. Dựa vào $\triangle AEB$ vuông ở E có $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

Trình bày:

Ta có: $\cos \widehat{BAC} = \frac{AE}{AB}$ ($\triangle AEB$ vuông ở E có $\widehat{BAC} = 60^\circ$)

$$\cos 60^\circ = \frac{AE}{AB} \quad \text{hay} \quad \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$$

Xét tứ giác BFEC có:

$\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ (BE, CF là hai đường cao của $\triangle ABC$)

Nên tứ giác BFEC nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh E và F cùng nhìn cạnh BC với 90°)

Do đó: $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$

Mặt khác: $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có chung $\widehat{BAC}$.

Vậy: $\triangle AEF \sim \triangle ABC$

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$S_{\triangle AEF} = \frac{1}{4} \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \cdot 360 = 90 (\text{dm}^2)$$

c) Chứng minh: $GQ = GS$.

Hướng dẫn làm câu 8c: Đưa GQ và IC vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.

Đưa GS và IB vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.

Đây là kỹ thuật để chứng minh: $GQ = GS$ ta dựa vào trung điểm I của BC.

Nghĩa là ta dựa vào vào hai cặp tam giác đồng dạng.

Đưa GQ và IC vào hai tam giác: $\triangle AGQ$ và $\triangle CIH$

Nhận thấy: $\widehat{BAD} = \widehat{BCF}$ (cùng phụ $\widehat{ABC}$)

Cần chứng minh một cặp góc bằng nhau nữa.

Ta chọn: $\widehat{AGQ} = \widehat{CIH}$ có khả năng làm được do liên quan đến

QS vuông góc với HI.

Tương tự: Đưa GS và IB vào hai tam giác: $\triangle AGS$ và $\triangle BIH$

Trình bày:

Ta có: $\widehat{HGI} = \widehat{HID}$ (cùng phụ $\widehat{DHI}$)

$\widehat{HGI} + \widehat{AGQ} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$\widehat{HID} + \widehat{CIH} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Nên: $\widehat{AGQ} = \widehat{CIH}$

Xét $\triangle AGQ$ và $\triangle CIH$ có:

$\widehat{BAD} = \widehat{BCF}$ (cùng phụ $\widehat{ABC}$)

$\widehat{AGQ} = \widehat{CIH}$

Vậy: $\triangle AGQ \sim \triangle CIH$

Xét $\triangle AGS$ và $\triangle BIH$ có:

$$\widehat{CAD} = \widehat{CBH} \text{ (cùng phụ } \widehat{ACB})$$

$$\widehat{AGS} = \widehat{BIH} \text{ (cùng phụ } \widehat{GHI})$$

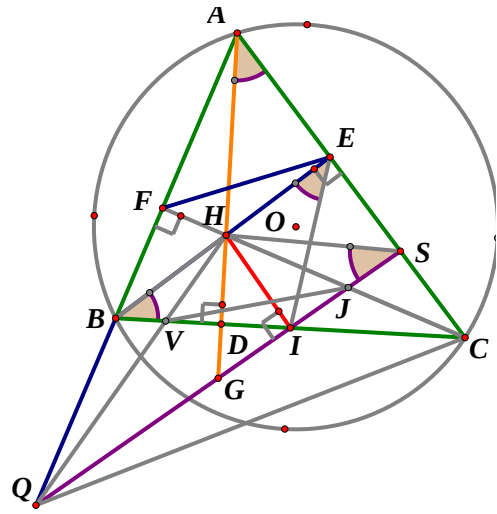
Vậy: $\triangle AGS \sim \triangle BIH$

$$\text{Nên: } \frac{AG}{BI} = \frac{GS}{IH}$$

$$\text{Mà: } \frac{AG}{CI} = \frac{GQ}{IH} \text{ (} \triangle AGQ \sim \triangle CIH \text{)}$$

$$BI = CI \text{ (I là trung điểm của BC)}$$

Do đó: $GQ = GS$



Cách khác:

Ta có thể chứng minh theo hướng: $GQ^2 = GH.GA$ và $GS^2 = GH.GA$

Nghĩa là: $\triangle GSH \sim \triangle GAS$ và $\triangle GQH \sim \triangle GAQ$

Bàn về: $\triangle GSH \sim \triangle GAS$ có $\widehat{AGS}$ chung

Có thêm: $\widehat{GAS} = \widehat{GSH}$ giải quyết được là do:

$$\widehat{IEH} = \widehat{GSH} \text{ (HISE nội tiếp)}$$

$$\widehat{IEH} = \widehat{IBE} \text{ (} \triangle IEB \text{ cân ở I)}$$

$$\widehat{GAS} = \widehat{IBE} \text{ (cùng phụ } \widehat{ACB})$$

Tương tự cho: $\triangle GQH \sim \triangle GAQ$

Trình bày:

Xét tứ giác HISE có:

$$\widehat{BEC} = 90^\circ \text{ (BE là đường cao của } \triangle ABC \text{)}$$

$$\widehat{HIS} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\text{Nên: } \widehat{BEC} + \widehat{HIS} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác HISE nội tiếp. Do đó: $\widehat{IEH} = \widehat{GSH}$

Ta lại có: $IB = IE$ ($\triangle BEC$ vuông ở E có EI là đường trung tuyến)

Suy ra: $\triangle IEB$ cân ở I.

$$\text{Nên: } \widehat{IEH} = \widehat{IBE}$$

Mặt khác: $\widehat{GAS} = \widehat{IBE}$ (cùng phụ $\widehat{ACB}$).

$$\text{Vậy: } \widehat{GAS} = \widehat{GSH}$$

Ta lại có: $\triangle GSH$ và $\triangle GAS$ có chung $\widehat{AGS}$

Cho nên: $\triangle GSH \sim \triangle GAS$

$$\text{Do đó: } \frac{GS}{GA} = \frac{GH}{GS} \text{ hay } GS^2 = GH.GA$$

Chứng minh tương tự ta cũng có: $GQ^2 = GH.GA$

$$\text{Do đó: } GQ^2 = GS^2 \text{ Hay: } GQ = GS$$

Chú ý thêm: 1/ Từ $\widehat{GAS} = \widehat{GSH}$ ta suy ra được GS là tiếp tuyến của đường tròn (AHS).

Tương tự GQ là tiếp tuyến của đường tròn (AHQ).

2/ Gọi V là giao điểm của HQ và BC, J là giao điểm của HC và QS.

Ta có tứ giác QVJC nội tiếp.

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{2}x - 3$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $0,5x^2 - 3,5x + 3 = 0$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\sqrt{x_1 + 3} \cdot \sqrt{x_2 + 3}$$

Câu 3 (1 điểm). Hai bạn Hòa và Nhã cùng đi du lịch ở Nha Trang. Tổng số tiền của hai bạn mang theo là 10 triệu đồng và toàn loại tiền mệnh giá 500000 đồng. Số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa nhiều hơn số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Nhã là 4 tờ. Tính số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa mang theo.

Câu 4 (1 điểm). Theo biểu lãi suất tiết kiệm tại các ngân hàng trong nước vào đầu tháng 8 năm 2019, mức lãi suất tiết kiệm thường kỳ hạn 1 tháng tại quầy dao động trong khoảng từ 4,5%/năm đến 5,5%/năm.

Nhóm chín ngân hàng có mức lãi suất tiền gửi cao nhất ở kỳ hạn này là 5,5%/năm gồm: Ngân hàng Bắc Á, HDBank, Dong A Bank, ABBank, PVcomBank, VietABank (từ 100 triệu đồng trở lên), VIB và ACB (từ 1 tỉ đồng trở lên) và thêm sự góp mặt của VPBank (từ 5 tỉ trở lên).

Nhóm bốn ngân hàng thương mại Nhà nước (Agribank, Vietcombank, VietinBank, BIDV) tiếp tục là những ngân hàng có lãi suất tiết kiệm kỳ hạn 1 tháng thấp nhất ở mức 4,5%/năm.

Bà Khoa Nam có một số tiền chưa sử dụng trong khoảng tháng 8 năm 2019. Bà Khoa Nam tính rằng chênh lệch tiền lãi giữa hai ngân hàng Agribank và PvcomBank là: 300 triệu đồng. Bà Khoa Nam quyết định gửi ở ngân hàng Agribank (bà cảm thấy yên tâm hơn). Hãy tính số tiền lãi trong một tháng của bà Khoa Nam.

Câu 5 (1 điểm). Một trang trại hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 2400m. Góc tạo bởi đường chéo và một cạnh hình chữ nhật là 36° .

Tính chu vi và diện tích của hình chữ nhật (các kết quả làm tròn đến hàng chục).

Câu 6 (1 điểm). Người ta đào một cái giếng hình trụ có bán kính 60cm và có độ sâu là 10m.

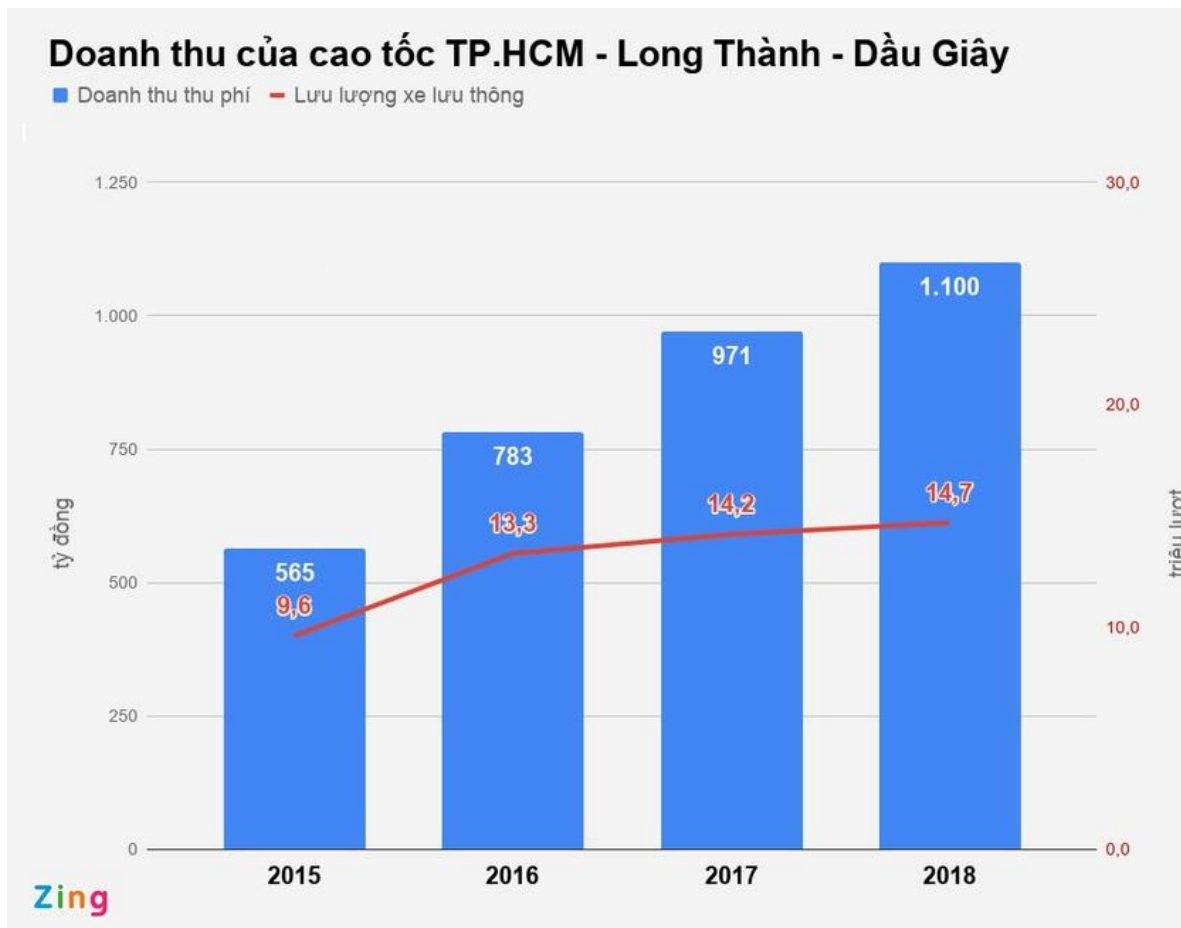
- Hãy tính thể tích của cái giếng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).
- Đất, khi được lấy lên thì thể tích của nó nở thêm 20% nữa. Đất đào lên được chuyển đến vị trí khác bằng các xe tải có thể chở được mỗi chuyến $3m^3$ đất.

Hỏi phải cần bao nhiêu chuyến xe tải như thế?

(Chú ý: Cho biết $\pi \approx 3,14$. Thể tích của hình trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao).

Câu 7 (1 điểm). Toàn bộ đường cao tốc TP.HCM- Long Thành- Dầu Giây thông xe vào ngày 8 tháng 2 năm 2015. Tổng vốn đầu tư dự án là 20.630 tỷ đồng.

Số lượt xe và doanh thu của tuyến cao tốc: TP.HCM- Long Thành- Dầu Giây qua một số năm như hình 1 sau:



Hình 1

Giả sử bắt đầu từ ngày 01/01/2019, trung bình mỗi ngày tuyến cao tốc này thu 3,1 tỷ đồng. Hỏi ngày, tháng, năm nào thì tuyến cao tốc thu gần bằng tổng số vốn đầu tư dự án là 20.630 tỷ đồng.

Câu 8 (3 điểm). Cho hình vuông ABCD có điểm S nằm giữa B và C. Điểm E là hình chiếu của B trên DS. Tia BE cắt tia DC ở điểm M.

- Chứng minh rằng năm điểm: A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn và tính $\widehat{AED}$.
- Gọi K là giao điểm của AE và BC. Chứng minh: $CD.KS = CM.KB$
- Chứng minh rằng ba đường thẳng sau đồng quy: AE, DB và MS.

Hết

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình : $0,5x^2 - 3,5x + 3 = 0$ có $x_1; x_2$ là hai nghiệm.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{3,5}{0,5} = 7$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3}{0,5} = 6$

$$\begin{aligned}\sqrt{x_1 + 3} \cdot \sqrt{x_2 + 3} &= \sqrt{x_1 x_2 + 3x_1 + 3x_2 + 9} \\ &= \sqrt{x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9} \\ &= \sqrt{6 + 3 \cdot 7 + 9} \\ &= \sqrt{36} \\ &= 6\end{aligned}$$

Câu 3 (1 điểm).

Cách 1

Do cả hai bạn đều mang theo toàn loại tiền mệnh giá 500000 đồng.

Nên tổng số tờ loại tiền mệnh giá 500000 đồng cả hai bạn mang theo là:

$$10 : 0,5 = 20 \text{ (tờ)}$$

Mà số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa nhiều hơn số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Nhã là 4 tờ.

Nên số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa mang theo là:

$$(20 + 4) : 2 = 12 \text{ (tờ)}$$

Cách 2

Gọi số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Nhã mang theo là x (tờ) (x nguyên dương).

Số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa mang theo là $x + 4$

Do tổng số tiền của hai bạn mang theo là 10 triệu đồng, nên ta có:

$$0,5x + 0,5(x + 4) = 10 \Leftrightarrow 0,5x + 0,5x + 2 = 10 \Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Nên số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa mang theo là: $8 + 4 = 12$ (tờ)

Cách 3

Gọi số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa mang theo là x (tờ) (x nguyên dương).

Số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Nhã mang theo là y (tờ) (y nguyên dương).

Do số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa nhiều hơn số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Nhã là 4 tờ.

Nên ta có phương trình: $x - y = 4$

Do tổng số tiền của hai bạn mang theo là 10 triệu đồng, nên ta có phương trình:

$$0,5x + 0,5y = 10$$

Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 0,5x + 0,5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Do đó số tờ mệnh giá 500000 đồng của bạn Hòa mang theo là: 12 (tờ)

Câu 4 (1 điểm).**Cách 1**

Lãi suất tiết kiệm **kỳ hạn 1 tháng** của PvcomBank nhiều hơn của Agribank là:

$$\frac{5,5\%}{12} - \frac{4,5\%}{12} = \frac{1\%}{12}$$

Do chênh lệch tiền lãi giữa hai ngân hàng Agribank và PvcomBank trong một tháng là:

$$\mathbf{300 \text{ triệu đồng} = 0,3 \text{ tỷ đồng}}$$

Nên số tiền bà Khoa Nam gửi ở ngân hàng Agribank là:

$$\mathbf{0,3 : \frac{1\%}{12} = 360 \text{ (tỷ đồng)}}$$

Số tiền lãi trong một tháng của bà Khoa Nam là:

$$\mathbf{360 \cdot \frac{4,5\%}{12} = 1,35 \text{ (tỷ đồng)}}$$

Cách 2

Gọi số tiền bà Khoa Nam gửi vào ngân hàng Agribank là: x (tỷ đồng) ($x > 0,3$)

Số tiền lãi một tháng khi gửi vào ngân hàng Agribank là: $x \cdot \frac{4,5\%}{12}$

Số tiền lãi một tháng khi gửi vào ngân hàng PvcomBank là: $x \cdot \frac{5,5\%}{12}$

Do chênh lệch tiền lãi giữa hai ngân hàng Agribank và PvcomBank trong một tháng là:

$$\mathbf{300 \text{ triệu đồng} = 0,3 \text{ tỷ đồng}}$$

Nên ta có phương trình: $x \cdot \frac{5,5\%}{12} - x \cdot \frac{4,5\%}{12} = 0,3 \Leftrightarrow x \cdot \frac{1\%}{12} = 0,3 \Leftrightarrow \mathbf{x = 360}$ (nhận)

Số tiền lãi trong một tháng của bà Khoa Nam là:

$$\mathbf{360 \cdot \frac{4,5\%}{12} = 1,35 \text{ (tỷ đồng)}}$$

Câu 5 (1 điểm). Một trang trại hình chữ nhật có độ dài đường chéo là **2400m**. Góc tạo bởi đường chéo và một cạnh hình chữ nhật là **36°**.

Tính chu vi và diện tích của hình chữ nhật (các kết quả làm tròn đến hàng chục).

Ta có: $\mathbf{AD = AC \cdot \sin \hat{ACD} = 2400 \cdot \sin 36^\circ}$

$$\mathbf{CD = AC \cdot \cos \hat{ACD} = 2400 \cdot \cos 36^\circ}$$

Chu vi của hình chữ nhật:

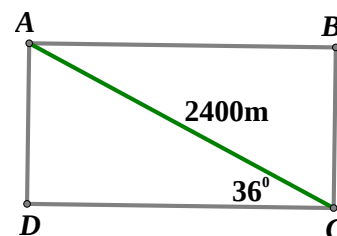
$$\mathbf{2(AD + CD) = 2(2400 \cdot \sin 36^\circ + 2400 \cdot \cos 36^\circ)}$$

$$\approx$$

Diện tích của hình chữ nhật:

$$\mathbf{AD \cdot CD = 2400 \cdot \sin 36^\circ \cdot 2400 \cdot \cos 36^\circ}$$

$$\approx$$



Câu 6 (1 điểm). Người ta đào một cái giếng hình trụ có bán kính 60cm và có độ sâu là 10m.

a) Hãy tính thể tích của cái giếng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Thể tích của cái giếng: $\mathbf{V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 0,6^2 \cdot 10}$

$$\mathbf{V \approx 11,3 \text{ (m}^3\text{)}}$$

b) Hỏi phải cần bao nhiêu chuyến xe tải như thế?

Ta có: $11,3.120\% : 3 \approx 4,52$

Số chuyến xe tải cần dùng là 5 chuyến.

Câu 7 (1 điểm).

Doanh thu tính từ năm 2015 đến năm 2018 là:

$$565 + 783 + 971 + 1100 = 3419 \text{ (tỷ đồng)}$$

Tổng số tiền còn phải thu từ 01/01/2019 trở về sau: $20630 - 3419 = 17211$ (tỷ đồng)

Ta có: $17211 : 3,1 \approx 5551,94$

Số ngày còn phải thu: 5552 ngày

Trung bình 1 năm có 365,25 ngày.

Ta có: $5552 : 365,25 \approx 15,2$

Từ 01/01/2019 đến 31/12/2033 là 15 năm có các năm nhuận là: 2020, 2024, 2028, 2032.

Nên tổng số ngày từ 01/01/2019 đến 31/12/2033 là: $15.365 + 4 = 5479$ (ngày)

Tổng số ngày của tháng 1 và tháng 2 năm 2034 là: $31 + 28 = 59$ (ngày)

Số ngày còn lại phải thu trong tháng 03/2034 là: $5552 - 5479 - 59 = 14$ (ngày)

Vậy ngày 14/03/2034 thì tuyến cao tốc : TP.HCM - Long Thành - Dầu Giây thu gần bằng tổng số vốn đầu tư dự án là 20.630 tỷ đồng.

Câu 8 (3 điểm).

a) Chứng minh rằng năm điểm: A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn và tính $\widehat{AED}$.

Ta có: Tứ giác ABCD là hình vuông nên nội tiếp đường tròn có đường kính là BD.

Mặt khác: $\widehat{BED} = 90^\circ$ (gt)

Nên E thuộc đường tròn có đường kính là BD.

Vậy năm điểm: A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn có đường kính là BD.

Do đó: $\widehat{AED} = \widehat{ABD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

Mà: $\widehat{ABD} = 45^\circ$ (tính chất đường chéo của hình vuông)

Nên: $\widehat{AED} = 45^\circ$

b) Gọi K là giao điểm của AE và BC. Chứng minh: $CD.KS = CM.KB$

Ở đây ta chú ý: $CD = CB$ (ABCD là hình vuông)

$$CM = CS \text{ (} \triangle BCM = \triangle DCS \text{ chứng minh được)}$$

Ta biến đổi được: $CB.KS = CS.KB$

$$\text{Suy ra: } \frac{CS}{CB} = \frac{KS}{KB}$$

Ta nhận định: EK, EC lần lượt là các đường phân giác trong và phân giác ngoài của $\triangle BES$

EK là các đường phân giác trong do $\widehat{AED} = 45^\circ$ và $\widehat{BED} = 90^\circ$ (gt)

EC là các đường phân giác ngoài do EK là các đường phân giác trong và tính được $\widehat{AEC} = 90^\circ$

Trình bày:

Xét hai tam giác vuông: BCM và DCS có:

$$BC = DC \text{ (ABCD là hình vuông)}$$

$$\widehat{CDS} = \widehat{CBM} \text{ (cùng phụ } \widehat{BMC} \text{)}.$$

Nên: $\triangle BCM = \triangle DCS$

Ta có: $\widehat{SEK} = \frac{1}{2}\widehat{BED}$ ($\widehat{SEK} = 45^\circ$ và $\widehat{BED} = 90^\circ(gt)$)

Nên: EK là các đường phân giác trong của $\triangle BES$ (1)

Ta lại có: $\widehat{KEC} = \widehat{ABC}$ (năm điểm: A, B, C, D, E cùng thuộc một đường tròn)
 $= 90^\circ$

Nên: EC là các đường phân giác ngoài của $\triangle BES$ (2)

Từ (1) và (2) cho: $\frac{CS}{CB} = \frac{KS}{KB}$ hay $CB.KS = CS.BK$

Mà: $CD = CB$ (ABCD là hình vuông)
 $CM = CS$ ($\triangle BCM = \triangle DCS$)

Vậy: $CD.KS = CM.BK$

c) Chứng minh rằng ba đường thẳng sau đồng quy: AE, DB và MS.

Cách 1

Hướng chứng minh: Gọi giao điểm của AE và BD là H.

Ta chứng minh MS đi qua điểm H.

Chứng minh ba điểm: M, S và H thẳng hàng được là do:

$MS \perp BD$ (S là trực tâm của $\triangle BDM$)

$SH \perp BD$ (tứ giác BESH nội tiếp do $\widehat{SEH} = \widehat{SBH} = 45^\circ$)

Trình bày:

Ta có: $\widehat{SBH} = 45^\circ$ (BD là đường chéo của hình vuông ABCD)

Do đó: $\widehat{SEH} = \widehat{SBH} (= 45^\circ)$

Vậy tứ giác BESH nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh B và E cùng nhìn cạnh HS với 45°)

Nên: $\widehat{BES} + \widehat{BHS} = 180^\circ$

Mà: $\widehat{BES} = 90^\circ(gt)$

Do đó: $\widehat{BHS} = 90^\circ$

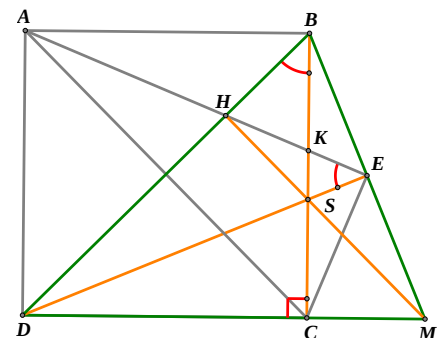
Hay: $SH \perp BD$ (3)

Xét $\triangle BDM$ có: BC, DE là hai đường cao giao nhau ở S

Nên: $MS \perp BD$ (4) (tính chất ba đường cao của $\triangle BDM$)

Từ (3) và (4) suy ra ba điểm: M, S và H thẳng hàng.

Vậy ba đường thẳng sau đồng quy: AE, DB và MS.



Cách 2

Hướng chứng minh: Gọi giao điểm của MS và BD là O.

Ta chứng minh AE đi qua điểm O.

Chứng minh ba điểm: A, O và E thẳng hàng được là do:

Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa tia ED nếu $\widehat{AED} = \widehat{OED}$

thì ba A, O và E thẳng hàng.

Mà: $\widehat{AED} = 45^\circ$ cần chứng minh $\widehat{OED} = 45^\circ$

Tức là chứng minh tứ giác BESO nội tiếp

Chỉ cần chứng minh: $MS \perp BD$

Phần này các bạn tự làm.

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Thời gian : 120 phút (Thứ năm: 14g30 đến 16g30 ngày 20.05.21)

Làm lúc nào tùy mình nhưng phải có khát vọng chinh phục bài thi.

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{3}{4}x - 1$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $x^2 - 4x + 3,75 = 0$

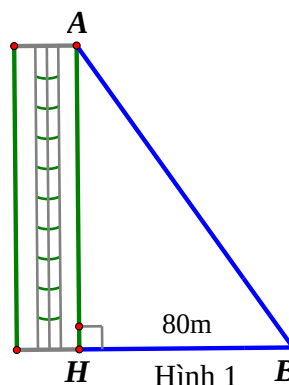
Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{x_1 + 3}{x_1^2 + 6x_1 + 9} + \frac{x_2 + 3}{x_2^2 + 6x_2 + 9}$$

Câu 3 (1 điểm). Ông Quang Duy mua một chiếc xe hơi hiệu Abc vào đầu năm 2015 trị giá 1,2 tỷ đồng. Trung bình cứ sau mỗi năm giá trị của chiếc xe giảm 10% so với giá trị mua ban đầu. Vào đầu năm 2021 ông Quang Duy muốn bán chiếc Abc và mua chiếc xe hơi hiệu Efs trị giá 1,5 tỷ đồng. Hỏi ông Quang Duy muốn sở hữu chiếc xe hơi mới cần bù thêm bao nhiêu tiền nữa?

Câu 4 (1 điểm). Bạn Gia Khôi có ba người anh là: Hiếu, Thảo, Duy. Ngày chủ nhật vừa rồi 16/05/21 cả ba người cùng về thăm mẹ và cũng gửi quà cho bạn Gia Khôi. Anh Hiếu cứ ba ngày sau lại về thăm mẹ. Anh Thảo cứ sáu ngày sau lại về thăm mẹ. Anh Duy cứ bảy ngày sau lại về thăm mẹ. Hỏi lần kế tiếp cả ba người anh của bạn Gia Khôi là: Hiếu, Thảo, Duy cùng về thăm mẹ là ngày thứ mấy trong tuần?

Câu 5 (1 điểm). Tính chiều cao AH của tòa nhà ở hình 1. Biết $\sin B = 0,967709$ và $BH = 80m$.
(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6 (1 điểm). Có hai xô xách nước hình nón cụt có cùng kích thước: đáy nhỏ có bán kính 10cm, đáy lớn có bán kính 20cm, chiều cao là 30cm. Một hồ nước hình hộp chữ nhật có kích thước: chiều dài 1,2m, chiều rộng 0,5m, chiều cao là 0,7m.

Bạn Kim Anh xách hai xô nước đổ vào hồ. Mỗi lần cô Kim Anh xách hai xô đầy nước nhưng khi tới đổ vào hồ thì lượng nước hao hụt 10%. Hỏi cô Kim Anh phải thực hiện bao nhiêu lần xách để mực nước trong hồ cao 62cm.

Thể tích của hình nón cụt: $V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + R.r + r^2)$

Trong đó: R là bán kính đáy lớn.

r là bán kính đáy nhỏ.

h là chiều cao.

Câu 7 (1 điểm). Trong năm 2018 Tổ chức Y tế thế giới (WHO) vừa công bố tình hình ung thư hiệu chỉnh theo độ tuổi tại 185 quốc gia và vùng lãnh thổ.

Trong đó, 10 quốc gia có tỉ lệ ung thư cao nhất đều là những nước phát triển: Úc đứng số 1 với tỉ lệ mắc ung thư cả 2 giới ở mức 468/100.000 dân; New Zealand (438); Ireland (373); Hungary (368); Mỹ đứng thứ 5 với tỉ lệ 352, kế đó là Bỉ, Pháp, Đan Mạch, Na Uy, Hà Lan...

Trong khu vực Đông Nam Á, Singapore có tỉ lệ mắc ung thư cao nhất, kế đó là Philippines (163, vị trí 89 thế giới); Thái Lan vị trí 92 thế giới (152).

Việt Nam xếp vị trí **99/185** quốc gia và vùng lãnh thổ với tỉ lệ mắc ung thư **151,4/100.000** dân, xếp 19 châu Á và thứ 5 tại khu vực Đông Nam Á. Vào năm **2015**, Việt Nam xếp vị trí **107** và thời điểm **2013** xếp ở vị trí **108**.

Trong **năm 2018 số ca mắc mới ung thư của Việt Nam đã tăng lên**. Tính chung cả 2 giới, 5 loại ung thư có tỉ lệ mắc nhiều nhất tại Việt Nam gồm: Ung thư gan (**15,4%**), kế đó là ung thư phổi (**14,4%**), ung thư dạ dày (**10,6%**), ung thư vú, ung thư đại tràng.

Cho biết số ca ung thư phổi nhiều hơn số ca ung thư dạ dày là **6270 ca**. Hãy cho biết trong **năm 2018 số ca mắc mới ung thư gan của Việt Nam khoảng bao nhiêu ca?**

Câu 8 (3 điểm). Từ điểm B nằm ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến BS (S là tiếp điểm) và cát tuyến BQA.

a) Chứng minh: **$BS^2 = BQ.BA$**

b) Trên cung AS (không chứa điểm Q) chọn điểm M sao cho cung SM bằng cung SQ. Tia AM cắt tia BS ở điểm C. Đoạn thẳng BM cắt đường tròn (O) ở điểm K. Tia AK cắt BS ở điểm E. Chứng minh: BE là tiếp tuyến của đường tròn (ABK) và E là trung điểm của BS.

c) Tia SK cắt AB ở điểm H. Tia BK cắt AS ở điểm G.
Chứng minh: **$HG \parallel MQ$** .

Hết

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình : $x^2 - 4x + 3,75 = 0$ có $x_1; x_2$ là hai nghiệm.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{4}{1} = 4$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{3,75}{1} = 3,75$

$$\begin{aligned}\frac{x_1 + 3}{x_1^2 + 6x_1 + 9} + \frac{x_2 + 3}{x_2^2 + 6x_2 + 9} &= \frac{x_1 + 3}{(x_1 + 3)^2} + \frac{x_2 + 3}{(x_2 + 3)^2} \\&= \frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3} \\&= \frac{x_2 + 3 + x_1 + 3}{(x_1 + 3)(x_2 + 3)} \\&= \frac{x_2 + x_1 + 6}{x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9} \\&= \frac{4 + 6}{3,75 + 3.4 + 9} \\&= \frac{40}{99}\end{aligned}$$

Câu 3 (1 điểm).

Từ đầu năm 2015 đến đầu năm 2021 là 6 năm.

Giá trị của chiếc xe hơi hiệu Abc còn lại là:

$$1,2. (100\% - 6.10\%) = 0,48 \text{ (tỷ đồng)}$$

Ông Quang Duy muốn sở hữu chiếc xe hơi mới cần bù thêm:

$$1,5 - 0,48 = 1,02 \text{ (tỷ đồng)}$$

Câu 4 (1 điểm).

Cách 1

Ngày chủ nhật vừa rồi 16/05/21 cả ba người cùng về thăm mẹ.

Anh Duy cứ bảy ngày sau lại về thăm mẹ. Mà 1 tuần lễ có bảy ngày

Do đó Anh Duy về thăm mẹ đều rơi vào ngày chủ nhật.

Như vậy lần kế tiếp cả ba người anh của bạn Gia Khôi là: Hiếu, Thảo, Duy cùng về thăm mẹ là ngày chủ nhật trong tuần.

Cách 2

Anh Hiếu cứ ba ngày sau lại về thăm mẹ.

Anh Thảo cứ sáu ngày sau lại về thăm mẹ.

Anh Duy cứ bảy ngày sau lại về thăm mẹ.

Nên số ngày cả ba anh gặp nhau lần kế tiếp là BCNN(3; 6; 7)

$$\text{Ta có: } 3 = 3 \quad 6 = 2.3 \quad 7 = 7$$

$$\text{Nên BCNN}(3; 6; 7) = 2.3.7 = 42$$

Do 42 chia cho dư 0.

Mà ngày 16/05/21 rơi vào ngày chủ nhật.

Vậy ba anh của bạn Gia Khôi cùng về thăm mẹ lần kế tiếp vào ngày chủ nhật.

Câu 5 (1 điểm).**Cách 1**

Ta có: $\sin B = 0,967709$

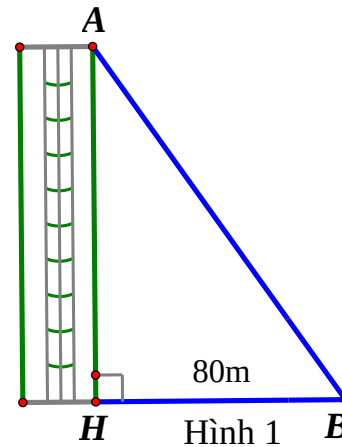
Nên: $\hat{B} \approx 75^\circ 24'$

Ta có: $AH = BH \cdot \tan B$

$$AH \approx 80 \cdot \tan 75^\circ 24'$$

$$AH \approx 307 \text{ (m)}$$

Chiều cao AH của tòa nhà khoảng 307m

**Cách 2**

Ta có: $\sin B = 0,967709$

$$\frac{AH}{AB} = 0,967709$$

$$AB^2 = \frac{AH^2}{0,967709^2}$$

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle ABH$ vuông ở H ta có:

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$AH^2 + 80^2 = \frac{AH^2}{0,967709^2}$$

$$AH^2 \left(\frac{1}{0,967709^2} - 1 \right) = 80^2$$

$$AH = \sqrt{80^2 : \left(\frac{1}{0,967709^2} - 1 \right)}$$

$$AH \approx 307 \text{ (m)}$$

Chiều cao AH của tòa nhà khoảng 307m

Câu 6 (1 điểm).

Thể tích của hai xô xách nước hình nón cụt có cùng kích thước:

$$V_1 = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi h (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$V_1 = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 30 (20^2 + 20 \cdot 10 + 10^2)$$

$$V_1 = 14000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích còn lại trong xô sau mỗi lần xách:

$$V_2 = 90\% V_1 = 90\% \cdot 14000\pi = 12600\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích của nước trong hồ là: $V_3 = 120 \cdot 50 \cdot 62 = 372000 \text{ (cm}^3\text{)}$

Ta có: $V_3 : V_2 = 372000 : (12600\pi) \approx 9,3977$

Vậy cô Kim Anh thực hiện 10 lần xách nước.

Câu 7 (1 điểm).**Cách 1**

Chênh lệch % giữa ung thư phổi (14,4%), ung thư dạ dày (10,6%) là:

$$14,4\% - 10,6\% = 3,8\%$$

Biết số ca ung thư phổi nhiều hơn số ca ung thư dạ dày là **6270 ca**.

Do đó số ca mắc ung thư mới năm 2018 ở Việt Nam là:

$$6270 : 3,8\% = 165000 \text{ (ca)}$$

Vậy số ca ung thư gan mới năm 2018 ở Việt Nam là:

$$165000.15,4\% = 25410 \text{ (ca)}$$

Cách 2

Gọi số ca mắc ung thư mới năm 2018 ở Việt Nam là x (ca) (x nguyên dương và $x > 6270$)

Số ca ung thư phổi là: **$14,4\%x$**

Số ca ung thư dạ dày là: **$10,6\%x$**

Do số ca ung thư phổi nhiều hơn số ca ung thư dạ dày là **6270 ca**.

Nên ta có phương trình: **$14,4\%x - 10,6\%x = 6270$**

$$\Leftrightarrow 3,8\%x = 6270$$

$$\Leftrightarrow x = 165000 \text{ (nhận)}$$

Do đó số ca mắc ung thư mới năm 2018 ở Việt Nam là: **165000 (ca)**

Vậy số ca ung thư gan mới năm 2018 ở Việt Nam là:

$$165000.15,4\% = 25410 \text{ (ca)}$$

Câu 8 (3 điểm).

a) **Chứng minh: $BS^2 = BQ.BA$**

Xét $\triangle BSQ$ và $\triangle BAS$ có:

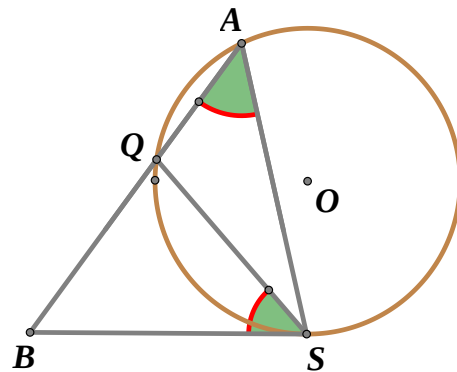
$\widehat{ABS}$ chung

$$\widehat{BSQ} = \widehat{BAS} \left(= \frac{1}{2} \text{Sđ} \widehat{SQ} \right)$$

Vậy: $\triangle BSQ \sim \triangle BAS$

$$\text{Nên: } \frac{BS}{BA} = \frac{BQ}{BS}$$

Hay: **$BS^2 = BQ.BA$**



b) **Chứng minh: BE là tiếp tuyến của đường tròn (ABK) và E là trung điểm của BS.**

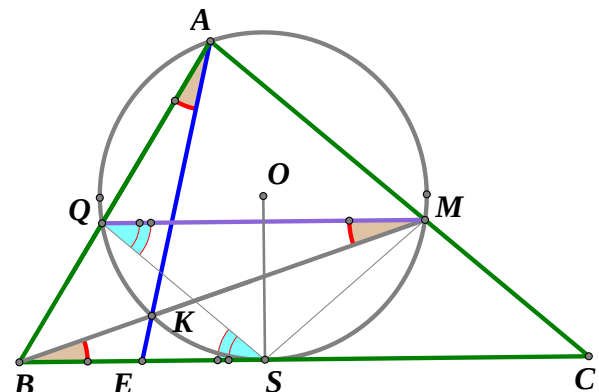
Để chứng minh: BE là tiếp tuyến của đường tròn (ABK)

Ta chứng minh: **$\widehat{EBK} = \widehat{EAB}$**

Cách 1

Chứng minh trực tiếp: **$\widehat{EBK} = \widehat{EAB}$** bằng cách sử dụng tính chất: “Góc có đỉnh ở ngoài đường tròn”

$$\begin{aligned} \widehat{EBK} &= \frac{1}{2} (\text{Sđ} \widehat{SM} - \text{Sđ} \widehat{SK}) \\ &= \frac{1}{2} (\text{Sđ} \widehat{SQ} - \text{Sđ} \widehat{SK}) \\ &= \frac{1}{2} \text{Sđ} \widehat{KQ} \\ &= \widehat{EAB} \end{aligned}$$



Phần trình bày các bạn tự làm.

Cách 2

Nhận xét: $\widehat{QMK} = \widehat{EAB}$ (cùng chắn cung QK)

Cần chứng minh: $\widehat{EBK} = \widehat{QMK}$

Điều này giải quyết được nếu $QM \parallel BC$:

- Hướng 1: Chứng minh: QM và BC cùng vuông góc với OS
 Đã có sẵn: $OS \perp BC$ (tính chất của tiếp tuyến)
 $OS \perp QM$ (S là điểm chính giữa MQ)
- Hướng 2: Chứng minh: $\widehat{MQS} = \widehat{BSQ}$ lại có chúng ở vị trí so le trong.

Do: $\widehat{MQS} = \frac{1}{2} \text{sđSM}$ (tính chất của góc nội tiếp)

$\widehat{BSQ} = \frac{1}{2} \text{sđSQ}$ (tính chất của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

$$SM = SQ \quad (\text{gt})$$

Chứng minh: **E là trung điểm của BS.**

Định hướng: $EB^2 = EK.EA$ ($\triangle EBK \sim \triangle EAB$ do $\widehat{EBK} = \widehat{EAB}$ và $\widehat{BEA}$ chung)

$$ES^2 = EK.EA \quad (\text{chứng minh tương tự câu a: } BS^2 = BQ.BA)$$

c) Chứng minh: $HG \parallel MQ$

- Hướng 1: Chứng minh: E là trung điểm của BS (câu b đã làm)
 Áp dụng bài toán 1 ta có: $HG \parallel MQ$
- Hướng 2: Chứng minh: $\widehat{HGK} = \widehat{QMK} (= \widehat{QAK})$ lại có chúng ở vị trí đồng vị.

Giải quyết: $\widehat{QMK} = \widehat{QAK}$ (cùng chắn QK)

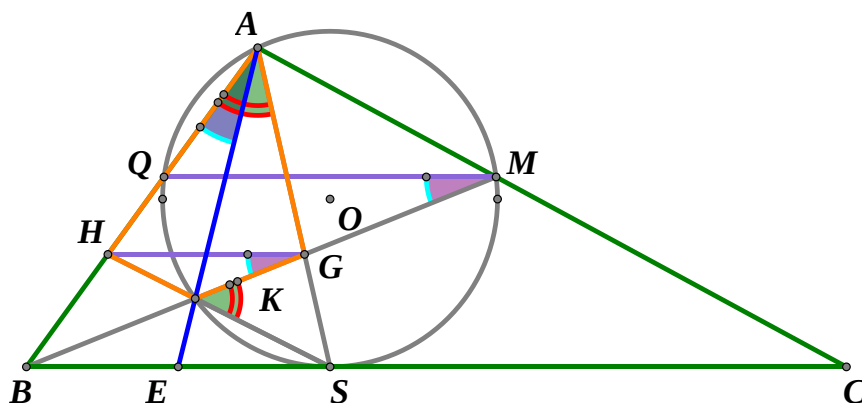
$\widehat{HGK} = \widehat{QAK}$ (tứ giác AHKG nội tiếp)

do: $\widehat{SKM} = \widehat{SAQ}$

$\widehat{SKM}$: góc nội tiếp chắn SM

$\widehat{SAQ}$: góc nội tiếp chắn SQ

$$SM = SQ \quad (\text{gt})$$



Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = -2x$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $x^2 - 4x = 0$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{8}{x_1(1+x_2)+2} + \frac{8}{x_2(1+x_1)+2}$$

Câu 3 (1 điểm). Ba ông Ô, Hay, Nhi góp vốn theo tỷ lệ 2, 3, 5 để mở công ty Có Sao Đâu chuyên sản xuất bao bì.

- Năm 2019 công ty lời 60 tỷ đồng. Số tiền lời được chia theo tỷ lệ góp vốn của mỗi người. Tính số tiền lời của mỗi người.
- Năm 2020 công ty làm ăn thua lỗ (do dịch bệnh nên hàng làm ra ít, tiền lương của công nhân vẫn phải trả). Số tiền lỗ được chia theo tỷ lệ góp vốn của mỗi người. Riêng số tiền lỗ của ông Nhi là 12 tỷ đồng. Tính số tiền lỗ của công ty năm 2020.

Câu 4 (1 điểm). Mùa thu năm 2017 bà Nhã Hân từ Sài Gòn đi du lịch ở các tỉnh phía Tây Bắc với thời gian là 7 ngày. Bà đã mua tua du lịch trọn gói của công ty Anh Đào (vé máy bay, dịch vụ đưa đón, vé tham quan, các bữa ăn). Các khoản chi khác tùy thuộc vào sở thích của du khách (thưởng thức các món ngon lạ, mua sắm hàng hóa do địa phương sản xuất, ...).

Tính trung bình mỗi ngày bà tiêu xài riêng với số tiền như nhau. Sau hai ngày số tiền bà Nhã Hân đã chi ra cho chuyến du lịch là 14 triệu đồng (kể luôn tiền mua tua du lịch). Sau năm ngày số tiền bà Nhã Hân đã chi ra cho chuyến du lịch là 17 triệu đồng (kể luôn tiền mua tua du lịch).

Gọi y là số tiền đi du lịch ứng với số ngày đi tua là x. Cho biết y được biểu diễn theo x qua công thức: $y = ax + b$.

- Hãy tìm a và b.
- Sau khi kết thúc tua du lịch, để tạo sự thiện cảm và thân thiện, mỗi du khách được công ty Anh Đào tặng lại 10% vé mua tua. Hãy tính tổng chi phí của bà Nhã Hân đi du lịch ở các tỉnh phía Tây Bắc.

Câu 5 (1 điểm). Một cái bồn hình trụ có độ dày là 2cm, chiều cao chứa hàng là 1,2m (bỏ qua độ dày của đáy). Người ta đổ 3,6 tấn gạo vào hình trụ thì vừa đầy. Biết khối lượng riêng của gạo là 1200kg/m³. Tính bán kính của hình trụ (kể luôn độ dày là 2cm) (lấy đơn vị của bán kính là cm, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6 (1 điểm). Trúng số độc đắc là niềm mơ ước của nhiều người. Do có số tiền lớn có thể giải quyết được nhiều việc. Nhưng có phải dễ đâu: Trong 1 triệu vé (vé số có 6 chữ số) chỉ có 1 tờ trúng giải độc đắc thôi nhé. Điều may mắn đã đến với cô Thư Quỳnh, cô đã mua vé số của tỉnh Cà Mau phát hành và trúng giải độc đắc mỗi tờ **2 tỷ đồng**.

Do không rành về các thủ tục lãnh giải, cô đã nhờ công ty dịch vụ để chuyển tiền. Sau trừ tiền đóng thuế thu nhập **10%**. Công ty **Cao Lãnh** chào giá: phí dịch vụ chuyển tiền là **2%**. Công ty **Sa Đéc** chào giá: phí dịch vụ chuyển tiền là **1,8%**. Chênh lệch phí dịch vụ chuyển tiền giữa hai công ty là **21,6 triệu đồng**. Cô Thư Quỳnh đã chọn công ty **Cao Lãnh** để chuyển tiền (do có độ tin cậy cao hơn).

a) Hỏi cô Thư Quỳnh đã trúng số độc đắc bao nhiêu tờ?

b) Tính tổng số tiền cô Thư Quỳnh đã nhận được sau khi trừ thuế thu nhập và phí dịch vụ chuyển tiền.

Câu 7 (1 điểm). Hãng hàng không EBAY.Air trong tháng 01/2019 cho khách hàng chọn một trong hai khuyến mãi sau để mua vé:

1/ Hành khách có tháng sinh vào tháng 01 thì được giảm giá **6 triệu đồng** cho 1 vé khứ hồi (chỉ mua được 1 vé).

2/ Giảm **30%** cho mọi vé khứ hồi nếu mua trong tháng 01/2019 (chỉ mua được 1 vé).

Bạn Minh Thu đã mua 1 vé và chọn khuyến mãi 1 do có lợi hơn khuyến mãi 2: **600 ngàn đồng**. Hãy cho biết bạn Minh Thu đã thanh toán vé giá bao nhiêu triệu đồng.

Chú ý: Giá vé mua phải trên **11 triệu đồng** (giá chưa giảm).

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Gọi BE là đường cao của $\triangle ABC$. Từ A vẽ tiếp tuyến xy của đường tròn (O). Qua E vẽ đường thẳng song song với xy cắt AB ở F.

a) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và tính **BFC**.

b) Tia BE và tia CF cắt xy lần lượt ở M và S. Chứng minh: **$\widehat{ABS} = \widehat{ACM}$** .

c) Gọi H là giao điểm của hai đường cao BE và CF. Gọi I là hình chiếu của B trên xy. AO cắt EI và EH lần lượt ở G và Q. Tia HG cắt AC ở điểm L.

Chứng minh: $QL \parallel AH$.

Hết

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình : $x^2 - 4x = 0$ có $x_1; x_2$ là hai nghiệm.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{4}{1} = 4$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$

$$\begin{aligned}\frac{8}{x_1(1+x_2)+2} + \frac{8}{x_2(1+x_1)+2} &= \frac{8}{x_1+x_1x_2+2} + \frac{8}{x_2+x_1x_2+2} \\&= \frac{8}{x_1+0+2} + \frac{8}{x_2+0+2} \\&= \frac{8(x_2+2) + 8(x_1+2)}{(x_1+2)(x_2+2)} \\&= \frac{8(x_1+x_2) + 32}{x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4} \\&= \frac{8.4 + 32}{0 + 2.4 + 4} \\&= \frac{16}{3}\end{aligned}$$

Câu 3 (1 điểm).

a) Năm 2019 công ty lời **60 tỷ đồng**. Số tiền lời được chia theo tỷ lệ góp vốn của mỗi người.

Tính số tiền lời của mỗi người.

Tổng số phần góp vốn của ba người là: $2 + 3 + 5 = 10$ (phần)

Do số tiền lời được chia theo tỷ lệ góp vốn của mỗi người.

Nên số tiền lời của ông Ô là: $60: 10. 2 = 12$ (tỷ đồng)

Số tiền lời của ông Hay là: $60: 10. 3 = 18$ (tỷ đồng)

Số tiền lời của ông Nhi là: $60: 10. 5 = 30$ (tỷ đồng)

b) Năm 2020 công ty làm ăn thua lỗ (do dịch bệnh nên hàng làm ra ít, tiền lương của công nhân vẫn phải trả). Số tiền lỗ được chia theo tỷ lệ góp vốn của mỗi người. Riêng số tiền lỗ của ông Nhi là **12 tỷ đồng**. Tính số tiền lỗ của công ty năm 2020.

Số tiền lỗ được chia theo tỷ lệ góp vốn của mỗi người.

Tổng số phần góp vốn của ba người là: 10 (phần)

Riêng số tiền lỗ của ông Nhi là **12 tỷ đồng** ứng với 5 phần góp vốn.

Nên **số tiền lỗ của công ty** năm 2020 là: $12: 5. 10 = 24$ (tỷ đồng)

Câu 4 (1 điểm).

a) Hãy tìm a và b.

Sau hai ngày số tiền bà Nhã Hân đã chi ra cho chuyến du lịch là **14 triệu đồng**.

Nên ta có phương trình: $2a + b = 14$

Sau năm ngày số tiền bà Nhã Hân đã chi ra cho chuyến du lịch là **17 triệu đồng**.

Nên ta có phương trình: $5a + b = 17$

Vậy ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a + b = 14 \\ 5a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 12 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Do đó: $y = x + 12$

a) Hãy tính tổng chi phí của bà Nhã Hân đi du lịch ở các tỉnh phía bắc.

Số tiền mua tua du lịch là 12 triệu đồng.

Do mỗi du khách được công ty Anh Đào tặng lại **10%** vé mua tua.

Nên tổng chi phí của bà Nhã Hân đi du lịch ở các tỉnh phía Tây Bắc là:

$$7 + 12.90\% = 17,8 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 5 (1 điểm).

Thể tích của hình trụ: $V = 3600:1200 = 3 \text{ (m}^3\text{)}$

Ta có:
$$V = \pi R^2 h \Rightarrow \pi R^2 \cdot 1,2 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{3}{1,2\pi}}$$

$$R \approx 0,892 \text{ (m)} \Rightarrow R \approx 89 \text{ (cm)}$$

Bán kính của hình trụ (kể luôn độ dày là **2cm**) khoảng : $89 + 2 = 91 \text{ (cm)}$

Câu 6 (1 điểm).

Cách 1

Chênh lệch phí % dịch vụ chuyển tiền giữa hai công ty là: $2\% - 1,8\% = 0,2\%$

Chênh lệch phí dịch vụ chuyển tiền giữa hai công ty là: **21,6 triệu đồng = 0,0216 tỷ đồng.**

Nên số tiền cô Thư Quỳnh lãnh sau khi đã trừ thuế thu nhập là:

$$0,0216: 0,2\% = 10,8 \text{ (tỷ đồng)}$$

Số tiền cô Thư Quỳnh lãnh khi chưa trừ thuế thu nhập là:

$$10,8: 90\% = 12 \text{ (tỷ đồng)}$$

Số tờ cô Thư Quỳnh đã trúng số độc đắc: $12 : 2 = 6 \text{ (tờ)}$

Tổng số tiền cô Thư Quỳnh đã nhận được sau khi trừ thuế thu nhập và phí dịch vụ chuyển tiền là: $10,8.98\% = 10,584 \text{ (tỷ đồng)}$

Cách 2

a) Hỏi cô Thư Quỳnh đã trúng số độc đắc bao nhiêu tờ?

Gọi số tiền trúng giải độc đắc mỗi tờ **2 tỷ đồng** là x (tỷ đồng) ($x \geq 2$)

Số tiền lãnh sau khi trừ thuế thu nhập **10%** là: $90\%x$

Số tiền trả phí dịch vụ chuyển tiền cho công ty **Cao Lãnh** là: $90\%x.2\% = 0,018x$

Số tiền trả phí dịch vụ chuyển tiền cho công ty **Sa Đéc** là: $90\%x.1,8\% = 0,0162x$

Do chênh lệch phí dịch vụ chuyển tiền giữa hai công ty là:

$$21,6 \text{ triệu đồng} = 0,0216 \text{ tỷ đồng.}$$

Nên ta có phương trình: $0,018x - 0,0162x = 0,0216 \Leftrightarrow 0,0018x = 0,0216$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (nhận)}$$

Số tờ cô Thư Quỳnh đã trúng số độc đắc: $12 : 2 = 6 \text{ (tờ)}$

b) Tính tổng số tiền cô Thư Quỳnh đã nhận được sau khi trừ thuế thu nhập và phí dịch vụ chuyển tiền.

Tổng số tiền cô Thư Quỳnh đã nhận được sau khi trừ thuế thu nhập và phí dịch vụ chuyển tiền là:

$$90\%x.98\% = 90\%.12.98\% = 10,584 \text{ (tỷ đồng)}$$

Câu 7 (1 điểm).

Gọi giá vé máy bay chưa giảm là x (triệu đồng) ($x > 11$)

Giá vé mua theo khuyến mãi 1 là: $x - 6$

Giá vé mua theo khuyến mãi 2 là: $70\%x$

Do giá vé mua theo khuyến mãi 1 lợi hơn khuyến mãi 2: **600 ngàn đồng.**

Nên ta có phương trình: $x - 6 - 70\%x = 0,6$

$$\Leftrightarrow 30\%x = 6,6$$

$$\Leftrightarrow x = 22 \text{ (nhận)}$$

$$\Leftrightarrow x - 6 = 16$$

Bạn Minh Thu đã thanh toán tiền vé máy bay là: 16 triệu đồng.

Câu 8 (3 điểm).

a) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và tính $\widehat{BFC}$.

Ta có: $SM \parallel EF$ (gt)

Nên: $\widehat{SAB} = \widehat{AFE}$ (ở vị trí so le trong)

Mà: $\widehat{SAB} = \widehat{ACB} \left(= \frac{1}{2} \text{SđAB} \right)$

Do đó: $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$

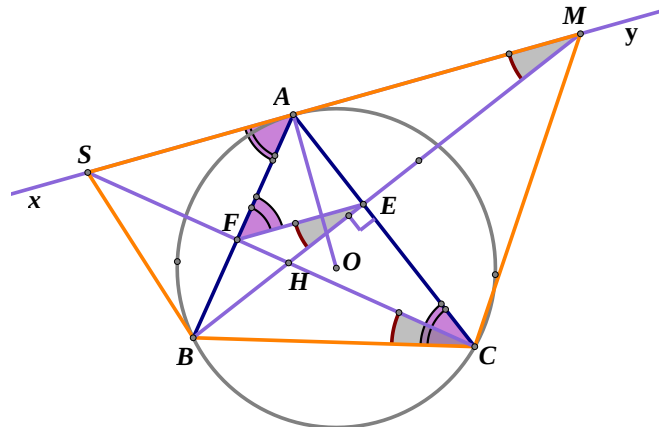
Vậy tứ giác BFEC nội tiếp.

(tứ giác có góc ngoài bằng góc đối trong)

Suy ra: $\widehat{BFC} = \widehat{BEC}$

Mà: $\widehat{BEC} = 90^\circ$

Nên: $\widehat{BFC} = 90^\circ$



b) Chứng minh: $\widehat{ABS} = \widehat{ACM}$.

Ta nhận xét: $\widehat{ABM} = \widehat{ACS}$ (do tứ giác BFEC nội tiếp (hoặc cùng phụ $\widehat{BAC}$))

$$\widehat{ABS} = \widehat{ACM} \text{ khi: } \widehat{MBS} = \widehat{MCS}$$

Khi: tứ giác SBCM nội tiếp.

Khi: $\widehat{SMB} = \widehat{SCB}$ Có ngay: $\widehat{SMB} = \widehat{BEF}$ (do $SM \parallel EF$)

$$\widehat{SCB} = \widehat{BEF} \text{ (tứ giác BFEC)}$$

c) Chứng minh: $QL \parallel AH$

Gọi V là giao điểm của AH và EI.

Chứng minh: V là trung điểm của AH

Áp dụng bài toán 1 ta có: $QL \parallel AH$

Chứng minh: V là trung điểm của AH

$$\widehat{VH} = \widehat{VE} \text{ và } \widehat{VH} = \widehat{VA}$$

Giải quyết: $\widehat{VH} = \widehat{VE}$

Chứng minh: $\widehat{VEH} = \widehat{VHE}$

Có các số liệu: $\widehat{VEH} = \widehat{IAB}$ (AIBE nội tiếp)

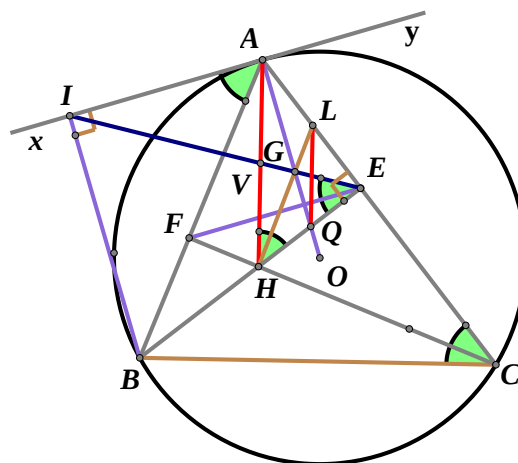
$$\widehat{VHE} = \widehat{ACB} \text{ (cùng phụ } \widehat{HAC})$$

$$\widehat{IAB} = \widehat{ACB} \left(= \frac{1}{2} \text{SđAB} \right)$$

Giải quyết: $\widehat{VH} = \widehat{VA}$

Chứng minh: $\widehat{VEA} = \widehat{VAE}$

$$\widehat{VAE} + \widehat{VHE} = 90^\circ \text{ và } \widehat{VEH} + \widehat{VEA} = 90^\circ \text{ và } \widehat{VEH} = \widehat{VHE}$$



Trình bày: Các bạn tự làm nhé.

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = -\frac{5}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{5}{4}x - 2,5$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $4x^2 - 1 = 0$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{2x_1^2 + x_2}{x_1} + \frac{2x_2^2 + x_1}{x_2}$$

Câu 3 (1 điểm). Năm 2018 ở thành phố Sao Hôm có **1,2** triệu dân, trung bình có **1 bác sỹ và 2 y tá /1000 dân**. Người ta tính rằng đến năm 2026 thành phố Sao Hôm số dân tăng thêm **0,3** triệu dân. Người dân và chính quyền đồng thuận với ước muốn đạt **2 bác sỹ và 5 y tá /1200 dân**. Hãy tính xem năm 2026 cần chuẩn bị thêm bao nhiêu bác sỹ và y tá nữa.

Câu 4 (1 điểm). Cô Cẩm Tú là sinh viên năm thứ nhất của đại học Rna. Để có chi phí cho việc học và trang trải một số nhu cầu thiết yếu khác (mặc dù đã được gia đình hỗ trợ), cô Cẩm Tú làm thêm (ngoài giờ học) ở shop bán quần áo thời trang.

Việc trả lương được tính theo số giờ làm việc. Nếu cô làm **2** giờ thì được trả **150 ngàn đồng** (bao gồm cả tiền thưởng thêm). Nếu cô làm **3** giờ thì được trả **200 ngàn đồng** (bao gồm cả tiền thưởng thêm) (chú ý: Số tiền trả thêm là cố định).

Gọi y là số tiền cô Cẩm Tú làm việc trong x giờ. Cho biết y được biểu diễn theo x qua công thức: $y = ax + b$.

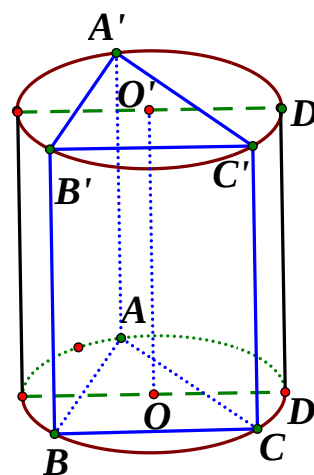
- Hãy tìm a và b .
- Do giao tiếp và bán hàng tốt nên có nhiều khách hàng chọn đến cửa hàng. Cô Cẩm Tú muốn thương thảo với bà chủ làm **4 giờ** thì được trả **370 ngàn đồng** (bao gồm cả tiền thưởng thêm cố định). Bà chủ đồng ý. Hỏi **1** giờ làm việc cô Cẩm Tú lãnh được bao nhiêu ngàn đồng? (không kể tiền thưởng thêm cố định)

Câu 5 (1 điểm). Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ (đáy là tam giác đều ABC) ở bên trong một hình trụ. Các đỉnh A, B, C, A', B', C' thuộc hình trụ. Hình lăng trụ đứng và hình trụ có cùng chiều cao. Cho biết chu vi tam giác ABC là 6cm , thể tích của hình lăng trụ đứng là $12\sqrt{3}\text{ cm}^3$. Hãy tính chiều cao và thể tích của hình trụ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Chú ý: Thể tích hình lăng trụ đứng bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Diện tích của tam giác ABC đều bằng: $\frac{AB^2 \sqrt{3}}{4}$.

Thể tích hình trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.



Câu 6 (1 điểm). *Tính tuổi của cây bằng cách nào?*

Trong thiên nhiên có cây to, cây nhỏ, cây sống nghìn năm, cây sống mấy chục năm. Làm thế nào để biết tuổi của chúng? Phương pháp tin cậy nhất là đếm số vòng tròn trong thân cây khi cắt ngang. Tuy nhiên, hãy cẩn thận, bạn có thể nhầm đấy!

Nếu cắt một lát mỏng ngang qua thân cây, dưới kính hiển vi có thể quan sát thấy từng bó mạch gỗ. Lớp ngoài bó mạch gỗ là phloem, lớp trong là xylem, giữa lớp phloem và xylem là lớp thượng tầng. Thân cây to lên được là nhờ có lớp thượng tầng này. Hàng năm nó đều phân chia tế bào, sản sinh ra lớp phloem và xylem mới nên thân cây cứ mỗi năm lại to dần ra.

Trong điều kiện thời tiết khác nhau, lớp thượng tầng cũng phát triển khác nhau. Từ mùa xuân đến mùa hè, cây sinh trưởng thuận lợi, nên tế bào thượng tầng phân chia nhanh, vách tế bào mỏng, xenlulô ít, các ống mạch dẫn nước nhiều. Chất gỗ tạo ra trong mùa này gọi là gỗ mùa xuân hay gỗ đầu năm. Đến mùa thu - đông, thời tiết khắc nghiệt hơn, các tế bào thượng tầng phân chia chậm, vách tế bào dày, xenlulô nhiều, mạch dẫn ít. Chất gỗ tạo ra trong mùa này gọi là gỗ mùa thu, hay gỗ cuối năm.

Khi cưa ngang thân gỗ, bạn sẽ thấy chất gỗ và màu sắc mỗi vòng khác nhau. Trong đó, thớ gỗ thô, màu nhạt chính là gỗ xuân; thớ mịn, màu thẫm chính là gỗ thu. Một vòng tròn gồm màu nhạt và thẫm chính là một vòng tuổi, do cây tạo ra trong một năm. Vì vậy, dựa vào số vòng này, người ta có thể đoán ra tuổi cây.

Tuy nhiên, không thể dùng công thức này để tính tuổi tất cả các loại cây. Ví dụ một số cây như cam, quýt, mỗi năm có tới 3 lần sinh trưởng, vì thế số vòng tuổi được gọi là “vòng tuổi giả”. Tức là, 3 vòng chỉ tương đương với 1 tuổi thôi.

Giả sử thân cây cam có chu vi là **47,1cm**. Mỗi “vòng tuổi giả” trung bình cách nhau **5mm**. Hỏi cây cam đó có độ tuổi là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 7 (1 điểm). Có hai thành phố A và B. Cho biết **40%** số dân của thành phố A nhiều hơn $\frac{1}{3}$ số dân của thành phố B là **0,22** triệu người.

Do vấn đề công việc làm. Có **5%** số dân của thành phố A chuyển đến thành phố B. Lúc này số dân của thành phố A vẫn nhiều hơn số dân của thành phố B là **0,12** triệu người.

Tính số dân của mỗi thành phố lúc đầu.

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Gọi BE là đường cao của $\triangle ABC$, AQ là đường kính của đường tròn (O). Từ E vẽ đường thẳng vuông góc với AQ ở I và cắt AB ở F.

a) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và tính **$\widehat{BFC}$** .

b) Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE và CF. Chứng minh: **$\widehat{A\hat{H}B} = \widehat{A\hat{D}Q}$** .

c) Tia QH cắt đường tròn (O) ở điểm S. Gọi M là giao điểm của AS và BC.

Chứng minh ba điểm: E, F và M thẳng hàng.

Hết

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình: $4x^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo hệ thức Vi-et:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 0 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{2x_1^2 + x_2}{x_1} + \frac{2x_2^2 + x_1}{x_2} &= \frac{x_2(2x_1^2 + x_2) + x_1(2x_2^2 + x_1)}{x_1 x_2} \\ &= \frac{2x_1^2 x_2 + x_2^2 + 2x_2^2 x_1 + x_1^2}{x_1 x_2} \\ &= \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 (x_1 + x_2)}{x_1 x_2} \\ &= \frac{S^2 - 2P + 2PS}{P} \\ &= \frac{0^2 - 2 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right) + 2 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right) \cdot 0}{\frac{-1}{4}} = -2 \end{aligned}$$

Câu 3 (1 điểm).

Số bác sĩ ở thành phố Sao Hôm năm 2018 là: $1\,200\,000 : 1000 = 1200$ (bác sĩ)

Số y tá ở thành phố Sao Hôm năm 2018 là: $2 \cdot (1200\,000 : 1\,000) = 2\,400$ (y tá)

Số dân ở thành phố Sao Hôm năm 2026 là $1,2 + 0,3 = 1,5$ (triệu dân)

Số bác sĩ cần chuẩn bị thêm vào năm 2026 là: $2 \cdot (1\,500\,000 : 1\,200) - 1200 = 1300$ (bác sĩ)

Số y tá cần chuẩn bị thêm vào năm 2026 là: $5 \cdot (1\,500\,000 : 1200) - 2400 = 3850$ (y tá)

Câu 4 (1 điểm).

a. Cô Cẩm Tú làm 2 giờ thì được trả **150 ngàn đồng** (bao gồm cả tiền thưởng thêm)

Thay $x = 2, y = 150$ vào hàm số $y = ax + b$, ta được $150 = 2a + b$ (1)

Cô Cẩm Tú làm 3 giờ thì được trả **200 ngàn đồng** (bao gồm cả tiền thưởng thêm)

Thay $x = 3, y = 200$ vào hàm số $y = ax + b$, ta được $200 = 3a + b$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a + b = 150 \\ 3a + b = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 50 \\ b = 50 \end{cases}$$

b. Tiền thưởng thêm cố định là hệ số b trong hàm số $y = 50x + 50$.

Vậy tiền thưởng thêm là 50 (nghìn đồng)

Số tiền 1 giờ làm việc cô Cẩm Tú đã thương thảo là: $(370 - 50) : 4 = 80$ (nghìn đồng)

Câu 5 (1 điểm).

Độ dài cạnh AB của $\triangle ABC$ là: $6 : 3 = 2$ (cm)

$$\text{Diện tích tam giác ABC: } S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} (cm^2)$$

$$\text{Chiều cao của hình lăng trụ: } h_{\text{lăng trụ}} = \frac{V_{\text{lăng trụ}}}{S_{ABC}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 12 (cm)$$

Chiều cao hình trụ bằng chiều cao hình lăng trụ là 12 cm.

Kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H

$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{2}$$

$$\Rightarrow AH = 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} (cm)$$

$$R = OA = \frac{2}{3} AH = \frac{2\sqrt{3}}{3} (cm)$$

$$\text{Thể tích hình trụ: } V_{\text{hình trụ}} = \pi R^2 \cdot h_{\text{hình trụ}} = \pi \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2 \cdot 12 \approx 50 (cm^3)$$

Thể tích hình trụ khoảng $50 cm^3$

Câu 6 (1 điểm)

Bán kính hình tròn mặt cắt ngang thân cây :

$$R = \frac{C}{2\pi} = \frac{47,1}{2\pi} = \frac{471}{20\pi} (cm) = \frac{471}{2\pi} (mm)$$

$$\text{Ta có: } \left(\frac{471}{2\pi} : 5 \right) : 3 \approx 5.$$

Số tuổi của cây cam khoảng 5 (tuổi)

Câu 7 (1 điểm)

Gọi x (triệu người) là số dân của thành phố A lúc đầu.

Gọi y (triệu người) là số dân của thành phố B lúc đầu (x, y > 0).

Vì **40%** số dân của thành phố A nhiều hơn $\frac{1}{3}$ số dân của thành phố B là **0,22** triệu người

$$\text{Nên ta có phương trình: } 40\%x - \frac{1}{3}y = 0,22 \quad (1)$$

Do **5%** số dân của thành phố A chuyển đến thành phố B. Lúc này số dân của thành phố A vẫn nhiều hơn số dân của thành phố B là **0,12** triệu người.

$$\text{Nên ta có phương trình: } 95\%x - (5\%x + y) = 0,12 \Leftrightarrow 0,9x - y = 0,12 \quad (2)$$

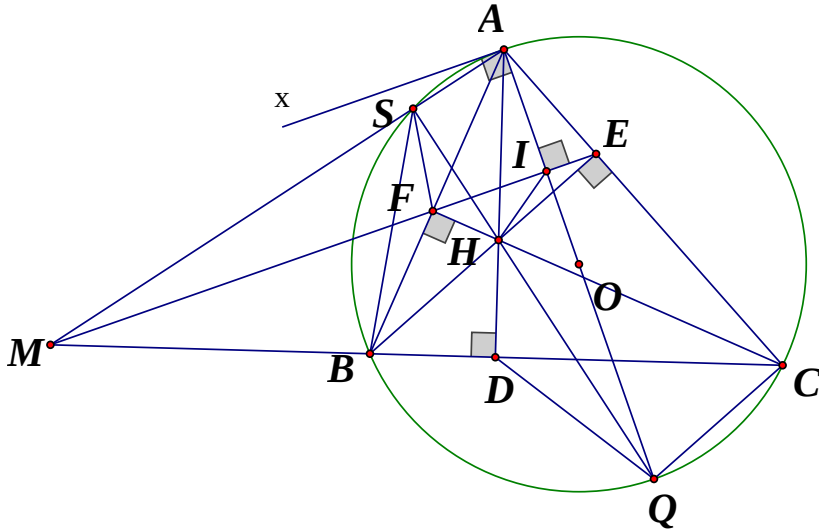
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 40\%x - \frac{1}{3}y = 0,22 \\ 0,9x - y = 0,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,8 \\ y = 1,5 \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

Vậy số dân lúc đầu của thành phố A là 1,8 triệu dân

Số dân lúc đầu của thành phố B là 1,5 triệu dân.

Câu 8 (3 điểm)



a) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và tính BFC.

Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) .

Nên: $\mathbf{Ax} \perp \mathbf{OA}$ (tính chất của tiếp tuyến)

Do đó: $Ax \parallel EF$ (cùng vuông góc với OA)

$$\Rightarrow \widehat{BAx} = \widehat{AFE} \text{ (hai góc so le trong)}$$

Mà: $\widehat{BAx} = \widehat{ECB}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB)

Nên: $AFE = ECB$

$\Rightarrow$ Tứ giác BFEC nội tiếp (tứ giác có một góc trong bằng góc ngoài của góc đối diện)

$\Rightarrow BFC = BEC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EF)

Mà $BE \perp AC$ (BE là đường cao của tam giác ABC)

$$\widehat{V}y \ BFC = 90^0$$

b) Chứng minh: $\hat{A}IH = \hat{A}DQ$.

Ta có: $\text{ACQ} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle AIE$ và $\triangle ACQ$ có

$$\begin{cases} \text{AQC là góc chung} \\ \text{AIE} = \text{ACQ} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta \text{AIE} \sim \Delta \text{ACQ}$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{AE}{AQ} \Leftrightarrow AI.AQ = AC.AE \quad (1)$$

Xét $\triangle AHE$ và $\triangle ACD$ có

$$\begin{cases} \text{DAC là góc chung} \\ \text{AEH} = \text{ADC} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle AHE \sim \triangle ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AD} \Leftrightarrow AH \cdot AD = AE \cdot AC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AI.AQ = AH.AD \Leftrightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{AD}{AQ}$

Xét $\triangle AHI$ và $\triangle ADQ$ có

$$\begin{cases} \text{DAQ là góc chung} \\ \frac{AI}{AH} = \frac{AD}{AQ} \text{ (cmt)} \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle ADQ$

Nên: $\hat{AIH} = \hat{AQD}$

c) Chứng minh ba điểm: E, F và M thẳng hàng.

Định hướng: Chứng minh $\hat{AFE} = \hat{MFB}$

Kết hợp ba điểm: A, F và B thẳng hàng.

Suy ra: ba điểm E, F và M thẳng hàng.

Chứng minh $\hat{AFE} = \hat{MFB}$ ta dựa vào các yếu tố sau: $\hat{AFE} = \hat{ACB}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

$\hat{MSB} = \hat{ACB}$ (tứ giác ASBC nội tiếp)

$\hat{MSB} = \hat{MFB}$ cần chứng minh tứ giác MSFB nội tiếp

Chứng minh tứ giác MSFB nội tiếp ta chọn chứng minh $\hat{MSF} = \hat{ABC}$

Ta dựa vào các yếu tố sau: $\hat{AEF} = \hat{ABC}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

$\hat{AEF} = \hat{MSF}$ cần chứng minh tứ giác ASFE nội tiếp

Việc chứng minh tứ giác ASFE nội tiếp dễ dàng.

Trình bày:

Ta có: $\hat{ASH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

Nên điểm S thuộc đường tròn đường kính AH.

Ta lại có: $\hat{AEH} = \hat{AFH} = 90^\circ$ (BE, CF là hai đường cao của $\triangle ABC$)

Nên hai điểm E và F cũng thuộc đường tròn đường kính AH.

Do đó: điểm A, S, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

Suy ra tứ giác ASFE nội tiếp.

Cho nên: $\hat{AEF} = \hat{MSF}$

Mà: $\hat{AEF} = \hat{ABC}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

Do đó: $\hat{MSF} = \hat{ABC}$

Suy ra tứ giác MSFB nội tiếp (tứ giác có một góc trong bằng góc ngoài của góc đối diện).

Cho nên: $\hat{MSB} = \hat{MFB}$

Mà: $\hat{MSB} = \hat{ACB}$ (tứ giác ASBC nội tiếp).

$\hat{AFE} = \hat{ACB}$ (tứ giác BFEC nội tiếp).

Ta được: $\hat{AFE} = \hat{MFB}$

Kết hợp ba điểm: A, D và B thẳng hàng.

Suy ra: ba điểm E, F và M thẳng hàng.

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = \frac{3}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{3}{4}x + 1,5$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $5x^2 - 10x - 4 = 0$

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{x_1}{1 + \frac{x_2}{x_1}} + \frac{x_2}{1 + \frac{x_1}{x_2}}$$

Câu 3 (1 điểm). Hôm nay 09.05.2021 là sinh nhật của bạn **Ngô Đồng**, bạn ấy vừa tròn 15 tuổi (tuổi trăng rằm).

- Hỏi bạn ấy sinh vào ngày thứ mấy trong tuần?
- Bạn Ngô Đồng rủ các bạn đến cửa hàng Tứ Linh chuyên bán trà sữa. Ngày chủ nhật tuần nào cũng có khuyến mãi như sau: Nếu mua từ ly thứ ba trở đi, mỗi ly giảm 30%. Biết mỗi ly giá 40000 đồng. Bạn Ngô Đồng mua và trả số tiền là 248 ngàn đồng. Hỏi lúc này Ngô Đồng đã rủ được bao nhiêu bạn đến cửa hàng Tứ Linh dùng trà sữa? (mỗi người chỉ dùng một ly).

Câu 4 (1 điểm). Số người sử dụng mạng máy tính ở Việt Nam tăng lên rất nhanh. Theo nghiên cứu vào năm 2021 có 65% dân số Việt Nam sử dụng Internet. Khi sử dụng Internet thì có tới 90% người sử dụng mạng xã hội (Zalo, Messenger, ...). Biết rằng số người sử dụng mạng xã hội (Zalo, Messenger, ...) ở Việt Nam là 58,5 triệu người.

Hỏi vào năm 2021 dân số Việt Nam khoảng bao nhiêu triệu người?

Câu 5 (1 điểm). Người ta dự định xây một tòa nhà . Sau đó người ta lại muốn tòa nhà phải cao thêm **80m**. Góc tạo bởi ở vị trí M trên mặt đất với đỉnh H tòa nhà dự định là **65°**. Góc tạo bởi ở vị trí M trên mặt đất với đỉnh K tòa nhà thực tế là **70°**. Tính chiều cao thực tế của tòa nhà (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6 (1 điểm). Một tháp nước hình trụ có chu vi 18m, chiều cao là 30m (**Cho: $\pi \approx 3,14$**).

- Khi tháp đựng đầy nước, hãy tính thể tích của nước trong tháp.
- Giả sử mỗi ngày, mỗi hộ dân sử dụng **1,5m³**. Lượng nước thất thoát **2%** mỗi ngày.
Hỏi tháp nước trên có thể cung cấp cho bao nhiêu hộ gia đình trong một ngày?
- Giả sử mỗi ngày, mỗi hộ dân sử dụng **1,8m³** và tháp nước chỉ cung cấp cho 100 hộ dân. Lượng nước thất thoát **1,5%** mỗi ngày.
Hỏi tháp nước trên có thể cung cấp cho 100 hộ gia đình trong bao nhiêu ngày?

Câu 7 (1 điểm). Hai ông Kỳ Co và Eo Gió chung vốn mở một công ty (tên là Thu Hân) chuyên sản xuất giấy thể thao. Ông Kỳ Co góp 180 tỷ đồng, ông Eo Gió góp 10% tổng số vốn của công ty. Tháng sau ông Eo Gió lại muốn sở hữu 25% tổng số vốn của công ty. Hỏi vậy ông Eo Gió phải bỏ thêm bao nhiêu tỷ đồng nữa để sở hữu 25% tổng số vốn của công ty Thu Hân? (biết rằng số vốn của ông Kỳ Co không thay đổi).

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Gọi BE là đường cao của $\triangle ABC$. Tia BE cắt đường tròn (O) ở điểm S. M là đối xứng của S qua OA. Đường thẳng song song với SM và đi qua điểm E cắt AB ở điểm F.

- Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và tính $\angle BFC$.
- Chứng minh ba điểm: C, F và M thẳng hàng.
- MS cắt AB, AC lần lượt ở I và K. L là đối xứng của I qua F, T là đối xứng của K qua E. Tia ML cắt tia ST ở điểm G. Chứng minh: G thuộc đường tròn (O).

Hết

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình: $5x^2 - 10x - 4 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo hệ thức Vi- et ta có

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2 \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{5} \end{cases}$$

$$\frac{x_1}{1 + \frac{x_2}{x_1}} + \frac{x_2}{1 + \frac{x_1}{x_2}} = \frac{x_1^2}{x_1 + x_2} + \frac{x_2^2}{x_2 + x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 + x_2} = \frac{S^2 - 2P}{S} = \frac{2^2 - 2 \cdot \left(\frac{-4}{5}\right)}{\frac{4}{5}} = -7$$

Câu 3 (1 điểm).

a. Bạn Ngô Đồng sinh ngày 9/5/2006

Từ năm 2006 đến năm 2021 có 4 năm nhuận (2008, 2012, 2016, 2020) và 11 năm không nhuận

Ta có: $4.366 + 11.365 = 5479$ (ngày)

Vậy từ ngày 9/5/2006 đến ngày 9/5/2021 là 5479 ngày.

Do: 5479 chia 7 dư 5

Ngày 9/5/2021 là chủ nhật, vậy 9/5/2006 là thứ ba trong tuần.

b. Ta có $248\,000 > 120\,000$ nên số ly trà sữa đã mua nhiều hơn 3 ly

Gọi x là số ly trà sữa đã mua ($x \in \mathbb{N}^*, x > 3$)

Mỗi ly trà sữa giá 40 000 đồng, mua từ ly thứ ba trở đi mỗi ly giảm 30%, tổng số tiền phải trả là 248 000 đồng nên ta có phương trình

$$2.40000 + 70\%.40000.(x-2) = 248000$$

$$\Leftrightarrow 28000x = 224000$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy tổng số ly trà sữa đã mua là 8 ly

Do đó, bạn Ngô Đồng đã rủ 7 bạn đến cửa hàng trà sữa.

Câu 4 (1 điểm).

Cách 1:

Khi sử dụng Internet thì có tới 90% người Việt Nam sử dụng mạng xã hội (Zalo, Messenger, ...) ứng với số người là 58,5 triệu người.

Nên số người Việt nam sử dụng Internet là: $58,5: 90\% = 65$ (triệu người)

Mà theo nghiên cứu vào năm 2021 có 65% dân số Việt Nam sử dụng Internet.

Do đó vào năm 2021 số dân của Việt Nam là: $65: 65\% = 100$ (triệu người)

Cách 2:

Gọi x (triệu người) là số dân của Việt Nam năm 2021 ($x > 58,5$)

Số dân sử dụng Internet là: $65\%x$

Số dân sử dụng mạng xã hội (Zalo, Messenger...) là: $90\%.65\%x = 0,585x$

Số người dùng mạng xã hội (Zalo, Messenger...) là 58,5 triệu người.

Nên ta có phương trình: $0,585x = 58,5 \Leftrightarrow x = 100$ (nhận)

Vậy vào năm 2021 số dân của Việt Nam là 100 triệu người.

Câu 5 (1 điểm).

Cách 1:

HD (m) là chiều cao dự định của tòa nhà

KD (m) là chiều cao thực tế của tòa nhà

$$HD = KD - 80$$

Xét $\triangle MHD$ vuông tại D

$$\tan HMD = \frac{HD}{MD}$$

$$\tan 65^\circ = \frac{KD - 80}{MD} \Rightarrow MD = \frac{KD - 80}{\tan 65^\circ} \quad (1)$$

Xét $\triangle MKD$ vuông tại D

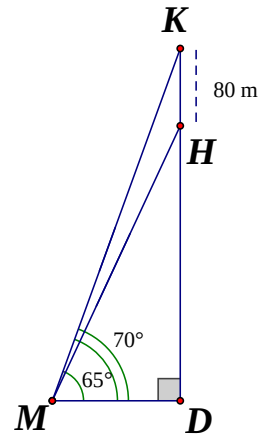
$$\tan KMD = \frac{KD}{MD}$$

$$\tan 70^\circ = \frac{KD}{MD} \Rightarrow MD = \frac{KD}{\tan 70^\circ} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\frac{KD - 80}{\tan 65^\circ} = \frac{KD}{\tan 70^\circ} \Rightarrow KD = \frac{80 \cdot \tan 70^\circ}{\tan 70^\circ - \tan 65^\circ} \approx 365 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao thực tế của tòa nhà khoảng 365 m



Cách 2:

Do: $\triangle KDM$ và $\triangle HDM$ cùng vuông ở D và có: $\angle KMD = 70^\circ$ và $\angle HMD = 65^\circ$

Nên: $\angle MKD = 20^\circ$ và $\angle MHD = 25^\circ$

Ta có: $\tan \angle MKD = \frac{MD}{KD}$ và $\tan \angle MHD = \frac{MD}{HD}$ ($\triangle KDM$ và $\triangle HDM$ cùng vuông ở D)

$$KD = \frac{MD}{\tan \angle MKD} \text{ và } HD = \frac{MD}{\tan \angle MHD}$$

$$KD - HD = \frac{MD}{\tan \angle MKD} - \frac{MD}{\tan \angle MHD}$$

$$80 = MD \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - \frac{1}{\tan 25^\circ} \right)$$

$$MD = 80 : \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - \frac{1}{\tan 25^\circ} \right)$$

$$KD = \frac{MD}{\tan \angle MKD} = \frac{80 : \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - \frac{1}{\tan 25^\circ} \right)}{\tan 20^\circ} = \frac{80 \cdot \tan 20^\circ}{\left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - \frac{1}{\tan 25^\circ} \right)}$$

$$KD \approx 365 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao thực tế của tòa nhà khoảng 365 m

Câu 6 (1 điểm).

a. Bán kính đường tròn mặt đáy: $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{18}{2\pi} = \frac{9}{\pi} \text{ (m)}$

Thể tích nước trong tháp: $V = \pi.R^2.h = \pi.\left(\frac{9}{\pi}\right)^2.30 = \frac{2430}{\pi} \approx \frac{2430}{3,14} \approx 773,9 \text{ (m}^3\text{)}$

b. Lượng nước cần cung cấp cho mỗi hộ trong một ngày (khi chưa bị hao hụt) là:

$$1,5: 98\% = \frac{75}{49} \text{ (m}^3\text{)}$$

Ta có: $\frac{2430}{3,14} : \frac{75}{49} \approx 505,6$

Số hộ dân mà bồn nước có thể cấp nước trong một ngày khoảng 505 hộ.

c. Thể tích nước cung cấp cho 100 hộ dân trong 1 ngày (khi chưa bị hao hụt) là:

$$100.1,5: 98,5\% \approx 182,74 \text{ (m}^3\text{)}$$

Ta có: $\frac{2430}{3,14} : 182,74 \approx 4,23$

Vậy bồn nước có thể cấp nước cho 100 hộ dân khoảng 4 ngày.

Câu 7 (1 điểm).

Cách 1:

Gọi x (tỷ đồng) là vốn cần bỏ thêm của ông Eo Gió ($x > 0$).

Do ông Eo Gió góp 10% tổng số vốn của công ty

Nên số tiền 180 tỷ đồng của ông Kỳ Co góp ban đầu bằng 90% số vốn ban đầu của công ty Thu Hân.

Nên số vốn ban đầu của công ty Thu Hân là: $180: 90\% = 200$ tỷ đồng

Như vậy ban đầu ông Eo Gió đã góp: $200 - 180 = 20$ (tỷ đồng)

Ông Eo Gió muốn sở hữu 25% tổng số vốn của công ty, số vốn của ông Kỳ Co không thay đổi nên ta có phương trình:

$$20 + x = 25\%(200 + x)$$

$$\Leftrightarrow 0,75x = 30$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \text{ (nhận)}$$

Vậy ông Eo Gió cần góp thêm 40 tỷ đồng.

Cách 2:

Do ông Eo Gió góp 10% tổng số vốn của công ty

Nên số tiền 180 tỷ đồng của ông Kỳ Co góp ban đầu bằng 90% số vốn ban đầu của công ty Thu Hân.

Nên số vốn ban đầu của công ty Thu Hân là: $180: 90\% = 200$ (tỷ đồng)

Như vậy ban đầu ông Eo Gió đã góp: $200 - 180 = 20$ (tỷ đồng)

Do ông Eo Gió góp lúc sau là 25% tổng số vốn của công ty

Nên số tiền 180 tỷ đồng của ông Kỳ Co góp ban đầu bằng 75% số vốn ban đầu của công ty Thu Hân.

Nên số vốn ban đầu của công ty Thu Hân lúc sau là: $180: 75\% = 240$ (tỷ đồng)

Số tiền vốn tăng lúc sau là chỉ do ông Eo Gió bỏ thêm vào.

Như vậy ban đầu ông Eo Gió đã góp thêm: $240 - 200 = 40$ (tỷ đồng)

Câu 8 (3 điểm)

a) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và tính BFC.

Kẻ tiếp tuyến Ax tại A của đường tròn (O).

Nên: $Ax \perp OA$ (tính chất của tiếp tuyến).

Do M và S đối xứng nhau qua bán kính AO của (O).

Mà S thuộc (O) do đó M thuộc (O).

Ta có: $MS \parallel Ax$ (cùng vuông góc OA)

Mà: $MS \parallel EF$ (gt) nên $EF \parallel Ax$

$$\Rightarrow BAx = AFE \text{ (hai góc so le trong)}$$

Mặt khác, $BAx = ACB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung AB)

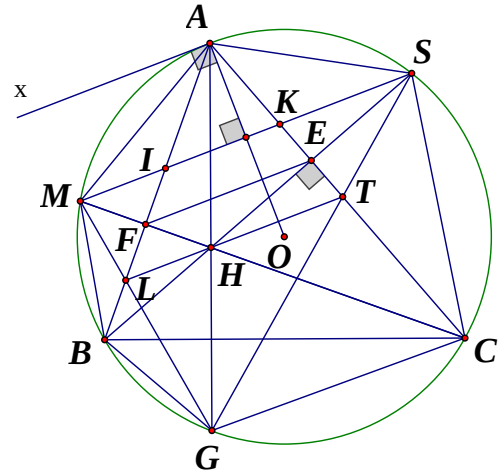
Do đó, $AFE = ACB$

Suy ra, tứ giác BFEC nội tiếp

$$\Rightarrow BFC = BEC \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EF)}$$

Mà $BEC = 90^\circ$ (BE là đường cao của tam giác ABC)

Vậy: $BFC = 90^\circ$



b) Chứng minh ba điểm: C, F và M thẳng hàng.

Cách 1: Ta chứng minh: $EFC + MFE = 180^\circ$

Ta có: $SMC = SBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung SC)

$$EFC = EBC \text{ (Tứ giác BFEC nội tiếp (cmt))}$$

Suy ra: $SMC = EFC$ (3)

$$EF \parallel MS \text{ (gt)} \Rightarrow SMF + MFE = 180^\circ \text{ (hai góc trong cùng phía) (4)}$$

Từ (3) và (4) suy ra $EFC + MFE = 180^\circ$

Vậy ba điểm: C, F và M thẳng hàng.

Cách 2: Ta chứng minh: $MCB = FCB$

Ta có: $MCB = MSB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung SB)

$$BEF = BCF \text{ (Tứ giác BFEC nội tiếp (cmt))}$$

$$BEF = MSB \text{ (do } MS \parallel EF \text{)}$$

Nên: $MCB = FCB$

Suy ra ba điểm: C, F và M thẳng hàng.

c) Chứng minh: G thuộc đường tròn (O).

Cách 1: Gọi G' là điểm đối xứng của H qua BC.

Ta chứng minh: $G' \text{ thuộc } (O)$.

$$G \equiv G'$$

Gọi H là giao điểm của BE, CF

Vì BE, CF là hai đường cao của $\triangle ABC$ nên H là trực tâm của $\triangle ABC$.

Gọi G' là điểm đối xứng của H qua BC

Ta chứng minh: $G' \text{ thuộc } (O)$

Ta có: H và G' đối xứng qua BC.

Nên: $BG'H = BHG'$ (tính chất đối xứng trục).

Mà: $BCA = BHG'$ (cùng phụ EBC) nên $BG'H = BCA$

Suy ra tứ giác $ABCG'$ nội tiếp (hai đỉnh G', C liên tiếp cùng nhìn AB dưới góc bằng nhau)

Mà A, B, C cùng thuộc (O) nên G' thuộc (O)

Ta có: $G'MC = G'BC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung GC)

$SMC = SBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung SC)

$SBC = G'BC$ (H và G' đối xứng qua BC)

Nên $G'MC = SMC$ suy ra MF là tia phân giác của SMG'

Gọi Q là giao điểm của MG' và BA , V là giao điểm của SG' và AC

Xét $\triangle MIQ$ có MF vừa là tia phân giác, vừa là đường cao nên $\triangle MIQ$ cân tại M .

Do đó đường cao MF cũng là đường trung trực của IQ .

Suy ra Q và I đối xứng qua F .

Mà L và I cũng đối xứng qua F .

Suy ra Q trùng L .

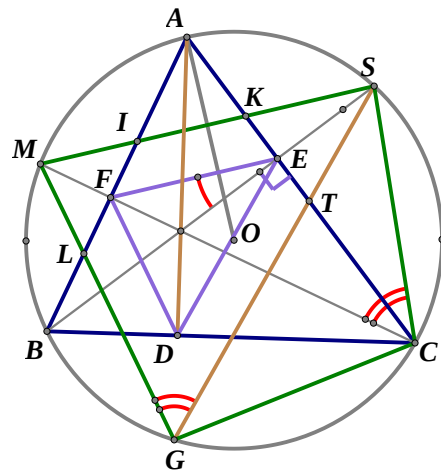
Vậy tia ML trùng với tia MQ .

Chứng minh tương tự ta cũng có tia ST trùng với tia SV .

Như vậy: $G \equiv G'$

Mà: $G' \text{ thuộc } (O)$.

Nên: $G \text{ thuộc } (O)$.



Cách 2: Ta chứng minh tứ giác $MGCS$ nội tiếp.

Mà ba điểm M, C và S thuộc đường tròn (O) .

Vậy G, S thuộc đường tròn (O) .

Gọi H là giao điểm của BE, CF . AH cắt BC ở D

Vì BE, CF là hai đường cao của $\triangle ABC$ nên H là trực tâm của $\triangle ABC$.

Do đó AD là đường cao của $\triangle ABC$.

Ta chứng minh tứ giác $MGCS$ nội tiếp bằng cách chứng minh: $MGS = MCS$.

Ta sẽ theo hướng chứng minh: $MGS = FDE$

$MCS = FDE$

Hướng chứng minh: $MGS = FDE$

Xét $\triangle MGS$ và $\triangle FDE$ nếu có $MSG = DEF$ và $SMG = DFE$

Suy ra: $MGS = FDE$

Việc chứng minh: $MSG = DEF$ và $SMG = DFE$ không khó.

Hướng chứng minh: $MCS = FDE$ dựa vào các tứ giác nội tiếp: $DHEC, AFDC$.

Trình bày: Các bạn tự làm nhé.

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = 1,5x^2$ và đường thẳng (D): $y = 1,5x + 3$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $2x^2 - 5x + 2 = 0$ (x là ẩn số)

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$(x_1^2 + x_1)(x_2^2 + x_2)$$

Câu 3 (1 điểm). Bà Trúc có một số phòng trọ cho thuê. Để quản lý và thu tiền của khách, bà Trúc thuê ông Gia Bảo và trả lương theo mức cố định từng tháng. Giá mỗi phòng thuê (tính theo tháng) là như nhau trong suốt năm 2018.

Xem như bà Trúc thu tiền thuê phòng về là đã trả tiền lương cho ông Gia Bảo. Tháng 3/2018 có 6 phòng được khách hàng thuê bà Trúc thu về được 8 triệu đồng. Tháng 4/2018 có 12 phòng được khách hàng thuê bà Trúc thu về được 20 triệu đồng.

Gọi y là số tiền bà Trúc thu được tính theo số phòng thuê là x trong một tháng. Biết rằng y và x được biểu diễn qua công thức: $y = ax + b$.

- Hãy tìm a và b và biểu diễn y theo x. Bà trúc trả cho ông Gia Bảo một tháng là bao nhiêu tiền?
- Nếu trong tháng 4/2018 có 15 phòng được khách hàng thuê thì bà Trúc thu về được bao nhiêu triệu đồng?
- Nếu trong tháng 5/2018 bà Trúc thu về được 36 triệu đồng, vậy có bao nhiêu phòng được khách hàng thuê trong tháng 5/2018?

Câu 4 (1 điểm). Theo quy định của FIFA tính điểm của mỗi trận đấu như sau:

Mỗi trận **thắng** được **3** điểm.

Mỗi trận **hòa** được **1** điểm.

Mỗi trận **thua** được **0** điểm.

Giải đấu bóng đá hạng nhất của nước ANK gồm 12 đội đã kết thúc vòng 1 (mỗi đội có số trận đấu như nhau). Đội Xui đứng nhất bảng cách biệt với đội Hên đứng nhì bảng là 6 điểm.

- Trong 5 trận đấu kế tiếp, hai đội Xui và Hên gặp nhau. Đội Xui toàn thắng. Hỏi cách biệt giữa hai đội Xui và Hên ít nhất là bao nhiêu điểm?
- Trong 5 trận kế tiếp, hai đội Xui và Hên gặp nhau. Đội Xui toàn hòa. Đội Hên có 4 trận thắng. Hỏi cách biệt giữa hai đội Xui và Hên là bao nhiêu điểm?

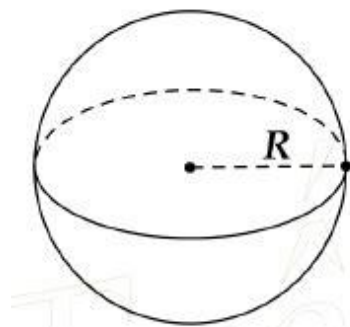
Câu 5 (1 điểm). Trong hệ mặt trời của chúng ta, mặt trời có bán kính 695500km và có khối lượng $1,99.10^{30}$ kg (các số liệu trên đã được làm tròn). Cho: $\pi \approx 3,14$.

- Hãy tính 1km^3 của mặt trời nặng khoảng bao nhiêu **tấn** (làm tròn đến hàng chục).

- b) **Lỗ đen** hay **hố đen** là một khái niệm mới. **Lỗ đen** hay **hố đen**, là một vùng không-thời gian nơi trường hấp dẫn mạnh đến mức không có gì, không hạt vật chất hay cả bức xạ điện từ như ánh sáng có thể thoát khỏi nó.

Ở bên Pháp để cho người dân dễ hiểu về lỗ đen, người ta đưa ra ví dụ: Mặt trời của chúng ta nén lại (thu nhỏ lại) thành một viên bi xe đạp có bán kính 0,5cm thì xem như lúc đó mặt trời trở thành một lỗ đen.

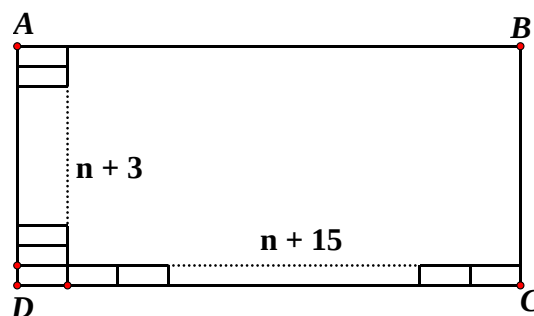
Bạn hãy thử tính xem nếu mặt trời trở thành một lỗ đen thì 1cm³ nặng khoảng bao nhiêu triệu tấn (làm tròn đến hàng chục).



Thể tích hình cầu cho bởi công thức: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ với R là bán kính hình cầu.

Câu 6 (1 điểm). Người ta ghép các viên gạch có kích thước 20cm x 30cm để tạo thành hình chữ nhật ABCD như hình vẽ. Biết rằng số viên gạch của một hàng theo chiều rộng AD là $n + 3$ viên, số viên gạch của một hàng theo chiều dài DC là $n + 15$ viên (n là một số nguyên dương).

Biết rằng $\tan DCA = \frac{2}{5}$, hãy tính diện tích của hình chữ nhật ABCD.



Câu 7 (1 điểm). Có hai tổ dân phố.

Trong tháng 03/2021: mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố A tiết kiệm 1,5kWh điện, mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố B tiết kiệm 2kWh điện. Tổng số tiết kiệm điện của hai tổ dân phố là: 5580kWh.

Trong tháng 02/2021: mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố A tiết kiệm 2kWh điện, mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố B tiết kiệm 1,5kWh điện. Tổng số tiết kiệm điện của tổ dân phố A ít hơn tổng số tiết kiệm điện của tổ dân phố B là: 280kWh.

Tính số hộ dân của mỗi khu phố.

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Điểm M thuộc cung nhỏ AC (cung AM nhỏ hơn cung MC). Từ điểm M vẽ đường thẳng song song với AC cắt cung nhỏ AC ở điểm G. BM và AC cắt nhau ở điểm P. Từ điểm P vẽ đường thẳng vuông góc với BC ở D. Tia PD cắt cung nhỏ BC ở điểm Q. QG cắt AC ở điểm I.

a) Chứng minh rằng bốn điểm: B, P, I, Q cùng thộc một đường tròn.

b) AQ và BI giao nhau ở E. Tính $\angle AEB$.

c) AQ và BG giao nhau ở F. Chứng minh: $\angle AFB = \angle BPQ + \angle ABI$

Hết

Giải

Câu 2 (1 điểm). Do phương trình $2x^2 - 5x + 2 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

$$\text{Theo hệ thức Vi-et ta có } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x_1^2 + x_1)(x_2^2 + x_2) &= x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1 x_2 \\ &= (x_1 x_2)^2 + x_1 x_2 (x_1 + x_2) + x_1 x_2 \\ &= 1^2 + 1 \cdot \frac{5}{2} + 1 = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

Câu 3 (1 điểm).

a. Tháng 3/2018 có 6 phòng được khách hàng thuê bà Trúc thu về được 8 triệu đồng

Thay $x = 6, y = 8$ vào hàm số $y = ax + b$ ta được $8 = 6a + b$ (1)

Tháng 4/2018 có 12 phòng được khách hàng thuê bà Trúc thu về được 20 triệu đồng

Thay $x = 12, y = 20$ vào hàm số $y = ax + b$ ta được $20 = 12a + b$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6a + b = 8 \\ 12a + b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } y = 2x - 4$$

Một tháng bà Trúc trả cho ông Gia Bảo 4 triệu đồng.

b. Thay $x = 15$ vào hàm số $y = 2x - 4$, ta được: $y = 2 \cdot 15 - 4 = 26$

Nếu trong tháng 4/2018 có 15 phòng được khách hàng thuê thì bà Trúc thu về được 26 triệu đồng.

c. Thay $y = 36$ vào hàm số $y = 2x - 4$ ta được $36 = 2x - 4 \Leftrightarrow x = 20$

Nếu trong tháng 5/2018 bà Trúc thu về được 36 triệu đồng thì trong tháng 5/2018 có 20 phòng được khách thuê.

Câu 4 (1 điểm).

a. Trong 5 trận kế tiếp, ở trận hai đội Xui và Hên gặp nhau, vì đội Xui toàn thắng nên trận gặp đội Hên thì đội Xui được 3 điểm, đội Hên thua nên được 0 điểm, để cách biệt ít nhất thì 4 trận còn lại của đội Hên là đều phải thắng, cho nên số điểm cách biệt ít nhất là:

$$6 + 3 = 9 \text{ điểm}$$

b. Đội Xui toàn hòa nên sau 5 trận được $1.5 = 5$ điểm, đội Hên thắng 4 trận và 1 trận hòa đội Hên nên được tổng cộng là $3.4 + 1 = 13$ điểm.

Vậy cách biệt giữa hai đội sau 5 trận là $13 - (5 + 6) = 2$ (điểm)

Câu 5 (1 điểm)

a. Thể tích của mặt trời: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 695500^3 (\text{km}^3)$

$$1,99 \cdot 10^{30} (\text{kg}) = 1,99 \cdot 10^{27} (\text{tấn})$$

1 km^3 của mặt trời nặng khoảng:

$$1,99 \cdot 10^{27} : \left(\frac{4}{3} \pi \cdot 695500^3 \right) \approx (1,99 \cdot 10^{27}) : \left(\frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 695500^3 \right) \approx 1412841000 (\text{tấn})$$

b. Thể tích của mặt trời: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 695500^3 (\text{km}^3) = \frac{4}{3}\pi 695500^3 \cdot 10^{15} (\text{cm}^3)$

Thể tích viên bi: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,5^3 = \frac{\pi}{6} (\text{cm}^3)$

$1,99 \cdot 10^{30} (\text{kg}) = 1,99 \cdot 10^{21} (\text{triệu tấn})$

Nếu mặt trời trở thành hố đen thì 1 cm^3 nặng khoảng:

$1,99 \cdot 10^{21} : \frac{\pi}{6} \approx 1,99 \cdot 10^{21} : \frac{3,14}{6} \approx 3802547771 \cdot 10^{12} (\text{triệu tấn})$

Câu 6 (1 điểm).

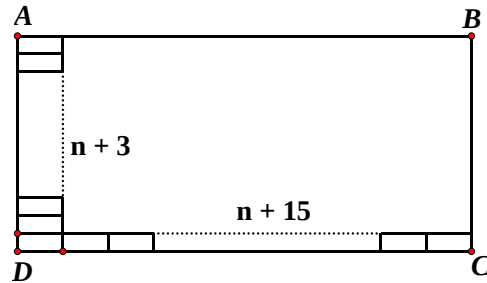
Xét $\triangle ADC$ vuông tại D

$$\tan DCA = \frac{AD}{DC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{5} = \frac{20 \cdot (n+3)}{30 \cdot (n+15)}$$

$$\Leftrightarrow -40n = -600$$

$$\Leftrightarrow n = 15 \quad (\text{nhận})$$



$$AD = 20 \cdot (n + 3) = 20 \cdot (15 + 3) = 360 (\text{cm})$$

$$DC = 30 \cdot (n + 15) = 30 \cdot (15 + 15) = 900 (\text{cm})$$

Diện tích hình chữ nhật ABCD là: $AD \cdot DC = 360 \cdot 900 = 324\,000 (\text{cm}^2)$

Câu 7 (1 điểm).

Gọi x là số hộ dân của khu phố A

Gọi y là số hộ dân của khu phố B ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Trong tháng 03/2021: mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố A tiết kiệm 1,5kWh điện, mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố B tiết kiệm 2kWh điện. Tổng số tiết kiệm điện của hai tổ dân phố là: 5580kWh.

Nên ta có phương trình: $31(1,5x + 2y) = 5580 \Leftrightarrow 1,5x + 2y = 180 \quad (1)$

Trong tháng 02/2021: mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố A tiết kiệm 2kWh điện, mỗi ngày mỗi hộ dân của tổ dân phố B tiết kiệm 1,5kWh điện. Tổng số tiết kiệm điện của tổ dân phố A ít hơn tổng số tiết kiệm điện của tổ dân phố B là: 280kWh.

Nên ta có phương trình: $28(-2x + 1,5y) = 280 \Leftrightarrow -2x + 1,5y = 10 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1,5x + 2y = 180 \\ -2x + 1,5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

Vậy khu phố A có 40 hộ dân, khu phố B có 60 hộ dân.

Câu 8 (3 điểm)**a) Chứng minh rằng bốn điểm: B, P, I, Q cùng thộc một đường tròn.**

Tứ giác BQGM nội tiếp đường tròn (O) nên:

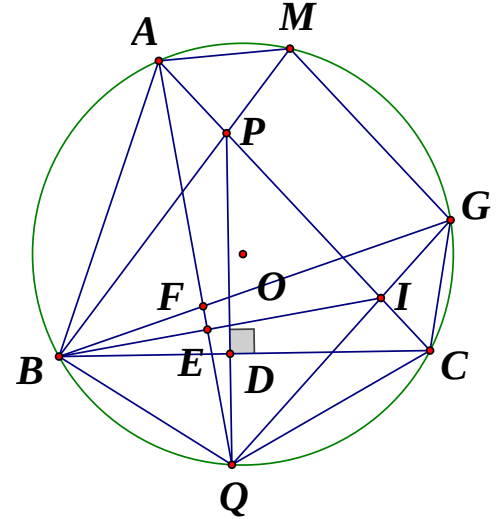
$$BQG + BMG = 180^\circ \quad (1)$$

Do: $IP \parallel MG$ (gt)

Nên: $MPI + BMG = 180^\circ$ (hai góc trong cùng phía) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MPI = BQG$

Suy ra tứ giác BPIQ nội tiếp (tứ giác có một góc trong bằng góc ngoài của góc đối diện)

**b) AQ và BI giao nhau ở E. Tính $\widehat{AEB}$.**

Trong đường tròn (O), hai dây cung MG và AC song song (gt)

Suy ra, $AM = GC$

Ta có: $ABM = GQC$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Tứ giác BPIQ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow PBI = PQI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PI)

Do đó, $ABE = ABM + PBI = GQC + PQI = DQC$

Ta có: $DCQ + DQC = 90^\circ$ ($\triangle DCQ$ vuông tại D)

Mà $BAE = DCQ$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BQ), $ABE = DQC$ (cmt)

Nên $BAE + ABE = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABE$ vuông tại E

Suy ra: $\widehat{AEB} = 90^\circ$

c) Chứng minh: $\widehat{AFB} = \widehat{BPQ} + \widehat{ABI}$

Ta có: $AG = AM + MG$, $MC = GC + MG$

Mà: $AM = GC$ (do $MG \parallel AC$) nên $AG = MC$

Vậy: $ABG = MBC$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau) $\Rightarrow ABF = PBD$ (1)

$$PBD + BPD = 90^\circ (\triangle BPD \text{ vuông tại D}) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $ABF + BPD = 90^\circ$

Xét $\triangle BFE$ có: $AFB = FBE + FEB$ (góc ngoài tại đỉnh F của tam giác BFE)

$$= FBE + 90^\circ$$

$$= FBE + ABF + BPD$$

$$= ABI + BPQ$$

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = -0,25x^2$ và đường thẳng (D): $y = 0,5x - 2$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $36x^2 - 9x - 4 = 0$ (x là ẩn số)

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{x_1}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{x_2}}$$

Câu 3 (1 điểm). Một hãng hàng không quy định phạt hành lý ký gửi vượt quá quy định miễn phí (hành lý quá cước). Cứ vượt quá m kg hành lý thì khách hàng phải trả y USD theo công thức như sau: $y = 0,8m + 20$

- Tính số tiền phạt cho 12kg hành lý quá cước.
- Tính khối lượng hành lý quá cước nếu khoản tiền nộp phạt là 791690 VNĐ. Biết tỷ giá giữa VNĐ và USD là 1USD = 23285 VNĐ.

Câu 4 (1 điểm). Trường Sao Mộc tổ chức cho tất cả học sinh tham quan ruộng muối ở Bà Rịa. Để tạo ra các cuộc chơi mỗi học sinh mang số khác nhau.

- Học sinh thứ nhất mang số **1**.
Học sinh thứ hai mang số **5**.
Học sinh thứ ba mang số **9**.
Học sinh thứ tư mang số **13**.

Cứ tiếp tục như thế, học sinh cuối cùng mang số **4001**.

- Hỏi trường Sao Mộc có bao nhiêu học sinh?
- Có 30 giáo viên cùng tham gia với học sinh. Hỏi cần bao nhiêu xe 45 chỗ để chuyên chở đoàn tham quan này?

Câu 5 (1 điểm). Một kim tự tháp có dạng là hình chóp đều:

- Đỉnh là S.
- Đáy là hình vuông ABCD cạnh bằng 100m.
- Đường cao là SO.
- Trung đoạn là SI (I là trung điểm của cạnh BC).

Biết $\sin \widehat{SIO} = 0,9675$. Hãy tính diện tích xung quanh và thể tích của kim tự tháp.

Câu 6 (1 điểm). Vy Lan và Vy Thảo là hai công chúa sinh đôi của xứ sở Chín A Tư có 31 triệu dân. Hai cô xinh đẹp và thông minh. Một hôm nhà vua nói rằng trong tương lai một trong hai người sẽ là **Nữ Hoàng**. Hai cô sẽ trải qua ba cuộc thi, nếu ai thắng nhiều hơn sẽ giành ngôi vị **Nữ Hoàng**.

Cuộc thi thứ nhất diễn ra vào 11g00 ngày chủ nhật 18/04/2021. Kết quả Vy Thảo thắng.

Cuộc thi thứ hai diễn ra vào 11g00 ngày chủ nhật 25/04/2021. Kết quả Vy Lan thắng.

Cuộc thi thứ ba diễn ra vào 11g00 ngày chủ nhật 02/05/2021. Nhà vua ra đề như sau:

Hãy bỏ các khúc gỗ hình trụ có cùng kích thước vào thùng hình hộp chữ nhật có kích thước chứa: dài 6m, rộng 3,6m và cao 2,4m. Thể tích gỗ của ai nhiều hơn thì người đó thắng cuộc.

Cô Vy Lan chọn các khúc gỗ có đường kính là **10cm** và có chiều dài là **6m** do cô nghĩ rằng **số khúc gỗ** nhiều hơn sẽ có thể tích gỗ chứa trong thùng hàng nhiều hơn.

Cô Vy Thảo chọn các khúc gỗ có đường kính là **40cm** và có chiều dài là **6m** do cô nghĩ rằng **mỗi khúc gỗ** lớn hơn sẽ có thể tích gỗ chứa trong thùng hàng nhiều hơn.

Theo bạn ai là người chiến thắng trong cuộc thi thứ ba này.

Lưu ý: Trong trường hợp kết quả (thể tích gỗ) của hai công chúa trong lần thi thứ ba này bằng nhau. Chung cuộc lại sau ba vòng đấu, hai cô công chúa sẽ cho kết quả hòa.

Vậy thì ai sẽ là **Nữ Hoàng**. Bạn hãy tự chọn cho riêng mình nhé.

Câu 7 (1 điểm). Khi làm công việc XYZ người ta nhận thấy rằng:

Nếu nhóm A làm trong 3 giờ và nhóm B làm trong 9 giờ thì số công việc XYZ còn lại là 25% công việc.

Nếu nhóm A làm trong 6 giờ và nhóm B làm trong 3 giờ thì số công việc XYZ còn lại là $\frac{1}{3}$ công việc.

Tính thời gian mỗi nhóm làm một mình xong công việc XYZ.

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn (O) đường kính AD. Tiếp tuyến tại D cắt tia CB ở điểm M. Gọi I là trung điểm của BC.

a) Chứng minh rằng bốn điểm: O, I, D, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia MO cắt AB, AC lần lượt ở S và K. Từ C vẽ đường thẳng song song với MS cắt AD ở E. Chứng minh: $IEC = IDC$

c) Tính: $\frac{OS}{OK}$

Hết.

Giải

Câu 2 (1 điểm).

Do phương trình: $36x^2 - 9x - 4 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo hệ thức Vi-et ta có:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{4} \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{9} \end{cases}$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{x_1}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{x_2}}$$

$$= \frac{x_1}{x_1 + 1} + \frac{x_2}{x_2 + 1} = \frac{x_1 \cdot (x_2 + 1) + x_2 \cdot (x_1 + 1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} = \frac{x_1 + x_2 + 2x_1 x_2}{x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 1} = \frac{\frac{1}{4} + 2 \cdot \left(\frac{-1}{9}\right)}{\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + 1} = \frac{1}{41}$$

Câu 3 (1 điểm).

a. Thay $m = 12$ vào công thức $y = 0,8m + 20$, ta được: $y = 0,8 \cdot 12 + 20 = 29,6$

Vậy số tiền phạt cho 12 kg hành lý quá cước là 29,6 USD

b. 791690 VNĐ = 34 USD

Thay $y = 34$ vào công thức $y = 0,8m + 20$, ta được: $34 = 0,8m + 20 \Leftrightarrow m = 17,5$

Vậy khối lượng hành lý quá cước là 17,5 kg.

Câu 4 (1 điểm).

a. Số học sinh trường Sao Mộc: $(4001 - 1) : 4 + 1 = 1001$ (học sinh)

b. Số người đi tham quan: $1001 + 30 = 1031$ (người)

Ta có: $1031 : 45 = 22$ dư 41

Vậy cần 23 xe 45 chỗ để chở đoàn tham quan.

Câu 5 (1 điểm).

$\triangle BOC$ vuông tại O, OI là trung tuyến

$$OI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50 \text{ (m)}$$

$\triangle SIO$ vuông tại O

$$\sin SIO = 0,9675$$

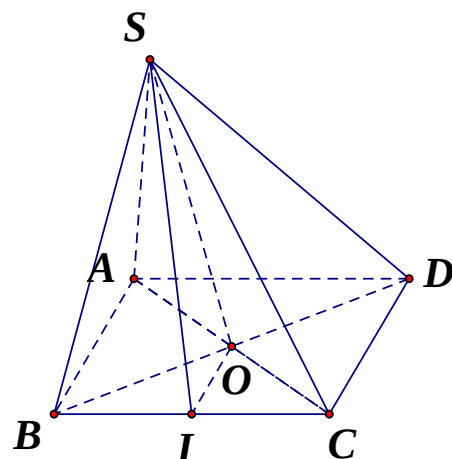
$$\Rightarrow SIO \approx 75^{\circ}21'$$

$$\cos SIO = \frac{OI}{SI}$$

$$\Rightarrow SI = \frac{OI}{\cos SIO} \approx \frac{50}{\cos(75^{\circ}21')} \text{ (m)}$$

$$\sin SIO = \frac{SO}{SI}$$

$$\Rightarrow SO = SI \cdot \sin SIO \approx \frac{50}{\cos(75^{\circ}21')} \cdot 0,9675 \text{ m}$$



Diện tích xung quanh hình chóp

$$S_{xq} = p.d = 200.SI \approx 200. \frac{50}{\cos(75^{\circ}21')} \approx 39539(m^2)$$

Thể tích hình chóp

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} . SO \approx \frac{1}{3} . 100^2 . \frac{50}{\cos(75^{\circ}21')} . 0,9675 \approx 637569,9 \text{ (m}^3\text{)}$$

Câu 6 (1 điểm).

Đổi: 10 cm = 0,1 m

40 cm = 0,4 m

Số khúc gỗ của cô Vy Lan được xếp vào thùng là: $(3,6 : 0,1) . (2,4 : 0,1) = 864$ (khúc gỗ)

Thể tích gỗ của cô Vy Lan là: $V_1 = 864 . \pi . 0,05^2 . 6 = \frac{324}{25} \pi (m^3)$

Số khúc gỗ của cô Vy Thảo là: $(3,6 : 0,4) . (2,4 : 0,4) = 54$ (khúc gỗ)

Thể tích gỗ của cô Vy Thảo là: $V_2 = 54 . \pi . 0,2^2 . 6 = \frac{324}{25} \pi (m^3)$

Vậy $V_1 = V_2$

Do đó, thể tích gỗ của hai cô bằng nhau.

Vậy cuộc thi này cô Vy Lan và cô Vy Thảo hòa nhau.

Câu 7 (1 điểm).

Gọi x (giờ) là thời gian để nhóm A làm một mình xong công việc XYZ

Gọi y (giờ) là thời gian để nhóm B làm một mình xong công việc XYZ

Điều kiện: x, y > 0

Năng suất của nhóm A là $\frac{1}{x}$ (công việc/giờ)

Năng suất của nhóm B là $\frac{1}{y}$ (công việc/giờ)

Nhóm A làm trong 3 giờ và nhóm B làm trong 9 giờ thì số công việc XYZ còn lại là 25%

công việc. Nên ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{9}{y} = \frac{3}{4}$ (1)

Nhóm A làm trong 6 giờ và nhóm B làm trong 3 giờ thì số công việc XYZ còn lại là $\frac{1}{3}$ công

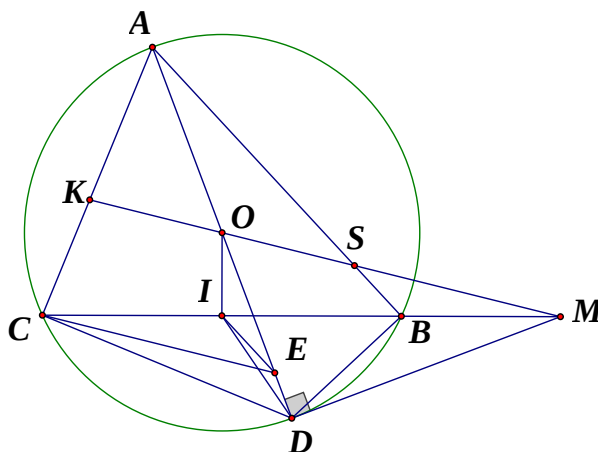
việc. Nên ta có phương trình: $\frac{6}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{3}$ (2)

Từ (2) và (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{9}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{6}{x} + \frac{3}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=18 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Nhóm A hoàn thành công việc XYZ một mình trong 12 giờ.

Nhóm B hoàn thành công việc XYZ một mình trong 18 giờ.



Câu 8 (3 điểm.

a) Chứng minh rằng bốn điểm: O, I, D, M cùng thuộc một đường tròn.

Xét đường tròn (O)

I là trung điểm của dây cung BC (gt), BC không đi qua tâm

Suy ra OI vuông góc BC tại I

Xét tứ giác OI DM có

$$\begin{cases} OIM = 90^\circ \text{ (OI vuông góc BC tại I)} \\ ODM = 90^\circ \text{ (MD là tiếp tuyến tại D của (O))} \end{cases}$$

$$\Rightarrow OIM = ODM = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác OI DM nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh I, D liên tiếp cùng nhìn OM dưới góc bằng nhau)

Vậy 4 điểm O, I, D và M cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $\angle IEC = \angle IDC$.

Vì CE // SM (gt) nên $\angle OMI = \angle ICE$ (hai góc so le trong)

Mà $\angle OMI = \angle IDE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IO trong tứ giác IOMD nội tiếp)

Nên $\angle IDE = \angle ICE$

Suy ra tứ giác CIED nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh D, C liên tiếp cùng nhìn IE dưới góc bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle IEC = \angle IDC \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IC)}$$

c) Tính: $\frac{OS}{OK}$.

Cách 1: Làm tương tự câu 8c của đề thi thử lần thứ 12

Hướng dẫn làm câu 8c: Đưa OS và IC vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.

Đưa OK và IB vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.

Đây là kỹ thuật để chứng minh: $OS = OK$ ta dựa vào trung điểm I của BC.

Nghĩa là ta dựa vào vào hai cặp tam giác đồng dạng.

Đưa OS và IC vào hai tam giác: $\triangle AOS$ và $\triangle CID$

Đưa OK và IB vào hai tam giác: $\triangle AOK$ và $\triangle BID$

Trình bày:

Ta có:

$$\begin{cases} AOS = KOE \text{ (hai góc đối đỉnh)} \\ KOE = CED \text{ (hai góc đồng vị, } CE \parallel KO) \\ CED = CID \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CD \text{ trong tứ giác } CIED \text{ nội tiếp)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow CID = AOS$$

Xét $\triangle AOS$ và $\triangle CID$ có

$$\begin{cases} OAS = ICD \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } BD \text{ trong } (O)) \\ AOS = CID \text{ (cmt)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle AOS \sim \triangle CID$$

$$\Rightarrow \frac{OS}{ID} = \frac{AO}{CI} \quad (1)$$

Ta có:

$$\begin{cases} MOD = AOK \text{ (hai góc đối đỉnh)} \\ MOD = MID \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MD \text{ trong tứ giác } OIOM \text{ nội tiếp)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AOK = MID = BID$$

Xét $\triangle AKO$ và $\triangle BDI$ có

$$\begin{cases} KAO = IDB \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } CD \text{ trong } (O)) \\ AOK = BID \text{ (cmt)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle AKO \sim \triangle BDI$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{BI} = \frac{KO}{DI} \quad (2)$$

Do: $BI = CI$ (I là trung điểm của BC) (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra: $\frac{KO}{DI} = \frac{OS}{ID} \Rightarrow \frac{KO}{OS} = 1$

Cách 2: Ta dựa vào ý tưởng vào bài toán 3 sau:

Bài toán 1. Cho $\triangle ABC$ có E nằm giữa A và B, K nằm giữa A và C sao cho $EK \parallel BC$. Đường trung tuyến AM của $\triangle ABC$ cắt EK ở điểm Q. Chứng minh rằng: Q là trung điểm của EK.

Trình bày

Ta có: $EK \parallel BC$ (gt)

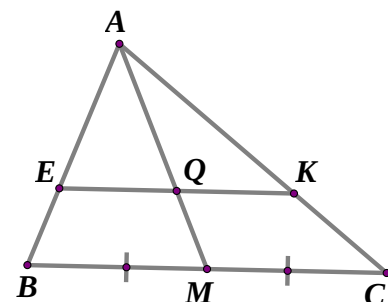
Nên: $\frac{AQ}{AM} = \frac{EQ}{BM}$ và $\frac{AQ}{AM} = \frac{KQ}{CM}$ (hệ quả của định lý Talet)

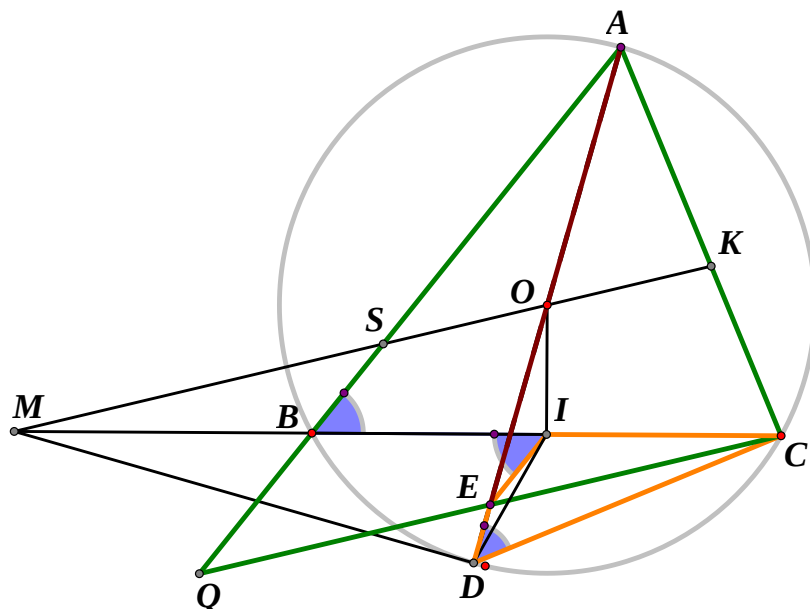
Suy ra: $\frac{EQ}{BM} = \frac{KQ}{CM}$

Mà: $BM = CM$ (M là trung điểm của BC)

Do đó: $EQ = KQ$

Vậy: Q là trung điểm của EK.





Để đưa về bài toán 3, ta gọi giao điểm của AB và EC là Q.

Ta có: $\triangle AQC$

Ta chứng minh: E là trung điểm của QC.

Giải quyết vấn đề này:

Xét $\triangle BQC$ có: I là trung điểm của BC (gt)

Nếu có: $IE \parallel BQ$

Thì E là trung điểm của QC

Giải quyết: $IE \parallel BQ$

Nếu có: $\angle ABI = \angle BIE$

Do: $\angle ABI = \angle ADC$ (cùng chắn cung AC của đường tròn (O))

$\angle BIE = \angle ADC$ (tứ giác CIED nội tiếp)

Trình bày: Các bạn tự làm nhé.

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -x$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $12x^2 - 4x - 3 = 0$ (x là ẩn số)

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{1}{2x_1 + x_2 - \frac{1}{3}} + \frac{1}{x_1 + 2x_2 - \frac{1}{3}}$$

Câu 3 (1 điểm). Xóm Hải Trình ở vùng nông thôn xảy ra hạn hán và kéo dài vào năm 2019. Nhu cầu sử dụng nước sạch của bà con rất cấp thiết. Các mạnh thường quân đã điều các xe bồn chở nước sạch đến hỗ trợ cho họ. Các bồn chở nước sạch hình trụ có đường kính 2m và có chiều dài 6m.

- Giả sử mỗi hộ dân chỉ được cấp 50 lít nước một ngày. Tỷ lệ hao hụt khi cấp nước là 0,9%. Vậy một xe bồn cung cấp nước nhiều nhất cho bao nhiêu hộ dân? (xem như 1000 lít nước tương đương $1m^3$ nước)
- Giả sử mỗi hộ dân được cấp $1,5m^3$ nước để dự trữ. Xóm Hải Trình có 206 hộ gia đình. Tỷ lệ hao hụt khi cấp nước là 0,8%. Cần phải có bao nhiêu chuyến xe bồn chở nước như trên.

Câu 4 (1 điểm). **Bạn hãy chọn một trong hai bài sau để giải:**

Bài 4.1: Có bốn bạn: Đường, Xa, Vạn, Dặm ở Sài Gòn đi du lịch ở đảo Lý Sơn (tỉnh Quảng Ngãi) bằng các phương tiện: máy bay (vé khứ hồi), xe, tàu ra đảo và quay về cảng Sa Kỳ (vé khứ hồi).

Ba bạn: Đường, Xa, Vạn thỏa thuận rằng: **Bạn Dặm chỉ thanh toán tiền vé máy bay và tiền tàu ra (và về) đảo của mình.** Tất cả các khoản tiền khác chia đều cho ba bạn còn lại thanh toán.

Biết rằng: Tiền 1 vé khứ hồi tàu ra đảo và về là 0,5 triệu đồng.

Tiền thanh toán cho khách sạn của 1 người là 0,6 triệu đồng cho ba ngày đêm.

Tiền xe di chuyển cho cả nhóm là 4 triệu đồng.

Tiền ăn uống cho cả nhóm là 6 triệu đồng.

Tiền chi cho các dịch vụ khác cho cả nhóm là 3,2 triệu đồng

Tổng số tiền của hai bạn Vạn và Dặm chi ra là 9,8 triệu đồng.

Hỏi giá 1 vé khứ hồi máy bay là bao nhiêu?

Bài 4.2: Có bốn bạn: Đường, Xa, Vạn, Dặm ở Sài Gòn đi du lịch ở đảo Lý Sơn (tỉnh Quảng Ngãi) bằng các phương tiện: máy bay (vé khứ hồi), xe, tàu ra đảo và quay về cảng Sa Kỳ (vé khứ hồi).

Bạn Dặm vui vẻ nói rằng: Sẽ thanh toán toàn bộ tiền vé máy bay và tiền tàu ra (và về) đảo Lý Sơn cho cả nhóm. Tất cả các khoản tiền chi khác, chia đều cho ba bạn còn lại để thanh toán.

Biết rằng: Tiền 1 vé khứ hồi tàu ra đảo và về là 0,5 triệu đồng.

Tiền thanh toán cho khách sạn của 1 người là 0,6 triệu đồng cho ba ngày đêm.

Tiền xe di chuyển cho cả nhóm là 4 triệu đồng.

Tiền ăn uống cho cả nhóm là 6 triệu đồng.

Tiền chi cho các dịch vụ khác cho cả nhóm là 3,2 triệu đồng

Tổng số tiền của hai bạn Vạn và Dặm chi ra là 14,4 triệu đồng.

Hỏi giá 1 vé khứ hồi máy bay là bao nhiêu?

Câu 5 (1 điểm). Ngày nghỉ lễ 30/04 và 01/05 năm 2021 được kéo dài 4 ngày (tính luôn nghỉ ngày thứ hai 03/05). Lượng du khách đi nghỉ lễ rất đông. Phóng viên Quang Vũ của hãng Nhiên Trúc phỏng vấn ngẫu nhiên một số du khách và có số liệu như sau: Có 85% họ chọn điểm đến là Đà Nẵng và trong số du khách đó có tới 90% họ ghé qua Bà Nà ứng với 153 người? Hỏi phóng viên Quang Vũ đã phỏng vấn bao nhiêu du khách?

Câu 6 (1 điểm). Vy Lan và Vy Thảo là hai công chúa sinh đôi của xứ sở Chín A Tư có 31 triệu dân. Hai cô xinh đẹp và thông minh. Một hôm nhà vua nói rằng trong tương lai một trong hai người sẽ là **Nữ Hoàng**. Hai cô sẽ trải qua ba cuộc thi, nếu ai thắng nhiều hơn sẽ giành ngôi vị **Nữ Hoàng**.

Cuộc thi thứ nhất diễn ra vào 11g00 ngày chủ nhật 18/04/2021. Kết quả Vy Thảo thắng.

Cuộc thi thứ hai diễn ra vào 11g00 ngày chủ nhật 25/04/2021, nhà vua ra đề như sau:

Vua cha đưa cho hai công chúa mỗi người một tờ giấy hình chữ nhật có cùng kích thước: 24cm x 36cm. Mỗi người sẽ uốn thành một hình trụ. Hình trụ của ai có thể tích lớn hơn thì người đó thắng cuộc.

Cô Vy Lan uốn hình trụ có chu vi là **36cm** và có chiều cao là **24cm**.

Cô Vy Thảo uốn hình trụ có chu vi là **24cm** và có chiều cao là **36cm**.

Theo bạn ai là người chiến thắng trong cuộc thi thứ hai này.

(Cuộc thi còn lại sẽ diễn ra vào lúc 11g00 02/05/2021 chủ nhật kế tiếp)

Câu 7 (1 điểm). Tất cả các bạn ở lớp 9A₄ có hai buổi thi đấu với máy tính về xếp hình. Mỗi học sinh thi đấu với máy tính được xem như một trận đấu.

Buổi thứ nhất các máy tính không thắng trận nào. Tổng số điểm của lớp 9A₄ đạt được là **71** điểm.

Qua buổi thứ hai số trận thắng của **lớp giảm đi 75% và số trận hòa của lớp giảm đi 10 trận**. Tổng số điểm của lớp 9A₄ đạt được là **16** điểm.

Tính số học sinh của lớp 9A₄. Biết rằng mỗi 1 trận thắng thì được **3** điểm, mỗi một trận hòa thì được **1** điểm, mỗi một trận thua là **0** điểm.

Câu 8 (3 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính BC, điểm H nằm giữa O và C ($HO < HC$). Đường thẳng vuông góc với BC tại H cắt đường tròn (O) ở A và E. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia BO tại điểm M.

a) Chứng minh: $MC \cdot MB = MH \cdot MO$

b) Gọi AQ là đường cao của $\triangle ABE$. Chọn I là trung điểm của AQ. Tia BI cắt đường tròn (O) ở điểm S. Chứng minh bốn điểm: A, I, H và S cùng thuộc một đường tròn.

c) Tia AS cắt MH ở điểm K. Chứng minh: K là trung điểm của HM.

Hết.

Giải

Câu 2 (1 điểm).

Do phương trình : $12x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{3}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4}$
 $\Rightarrow x_2 - \frac{1}{3} = -x_1$ và $x_1 - \frac{1}{3} = -x_2$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{2x_1 + x_2 - \frac{1}{3}} + \frac{1}{x_1 + 2x_2 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2x_1 - x_1} + \frac{1}{2x_2 - x_2} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{1}{4}} = \frac{-4}{3}$$

Câu 3 (1 điểm).

a) Số lít nước một xe bồn chở: $\pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^2 \cdot 6 = 6\pi (\text{m}^3) = 6000\pi$ (lít)

Số lít nước cần để cấp cho một hộ gia đình khi chưa hao hụt:

$$50 : 99,1\% = \frac{50000}{991} (\text{lít})$$

$$\text{Vì: } 6000\pi : \frac{50000}{991} \approx 373,6$$

Nên: một xe bồn cung cấp nước nhiều nhất cho 373 hộ dân.

b) Số lít nước cần để cấp cho 206 một hộ gia đình (chưa kể hao hụt):

$$206 \cdot \frac{1500}{99,2\%} (\text{lít})$$

$$\text{Do: } 206 \cdot \frac{1500}{99,2\%} : (6000\pi) \approx 16,525$$

Nên cần 17 chuyến xe bồn chở nước như trên.

Câu 4 (1 điểm).

Bài 4.1:

Cách 1:

Số tiền bạn Vạn phải trả (chưa tính vé máy bay khứ hồi) là:

$$0,5 + \frac{0,64}{3} + \frac{4}{3} + \frac{6}{3} + \frac{3,2}{3} = 5,7 (\text{triệu đồng})$$

Do tổng số tiền của hai bạn Vạn và Dặm chỉ ra là 9,8 triệu đồng.

Mặt khác bạn Dặm chỉ thanh toán tiền vé máy bay và tiền tàu ra (và về) đảo của mình.

Nên số tiền bạn Dặm chi ra là (không kể tiền vé máy bay):

$$9,8 - 5,7 = 4,1 (\text{triệu đồng})$$

Cho nên tổng số tiền mua vé máy bay của hai bạn Vạn và Dặm là:

$$4,1 - 0,5 = 3,6$$

Như vậy: Giá 1 vé máy bay khứ hồi là: $3,6 : 2 = 1,8$ (triệu đồng)

Cách 2:

Gọi x (triệu đồng) là giá tiền 1 vé khứ hồi máy bay ($x > 0$)

Tổng số tiền ba bạn Đường, Xa, Vạn phải trả là:

$$0,5.3 + 0,6.4 + 4 + 6 + 3,2 + 3x = 17,1 + 3x \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền mỗi bạn Đường, Xa, Vạn phải trả là:

$$(17,1 + 3x) : 3 = 5,7 + x \text{ (triệu đồng)}$$

Do tổng số tiền của hai bạn Vạn và Dậm chỉ là 9,8 triệu đồng.

Nên ta có phương trình: $5,7 + x + 0,5 + x = 9,8 \Leftrightarrow 2x = 3,6$

$$\Leftrightarrow x = 1,8 \text{ (nhận)}$$

Vậy giá tiền 1 vé khứ hồi máy bay là 1,8 triệu đồng.

Bài 4.2:

Cách 1:

Tổng số tiền ba bạn Đường, Xa, Vạn phải trả là:

$$0,6.4 + 4 + 6 + 3,2 = 15,6 \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền mỗi bạn Đường, Xa, Vạn phải trả là:

$$15,6 : 3 = 5,2 \text{ (triệu đồng)}$$

Số tiền của bạn Dậm phải trả là:

$$14,4 - 5,2 = 9,2 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá tiền 1 vé khứ hồi máy bay là:

$$(9,2 - 0,5.4) : 4 = 1,8 \text{ (triệu đồng)}$$

Cách 2:

Do bạn Dậm sẽ **thanh toán toàn bộ tiền vé máy bay và tiền tàu ra (về) đảo cho cả nhóm**.

Tất cả các khoản tiền khác chia đều cho ba bạn còn lại thanh toán.

Nên theo đề bài, số tiền bạn Vạn chỉ ra là (**không kể tiền vé máy bay**):

$$\frac{0,6.4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{6}{3} + \frac{3,2}{3} = 5,2 \text{ (triệu đồng)}$$

Vì tổng số tiền của hai bạn Vạn và Dậm chỉ ra là 14,4 triệu đồng

Nên số tiền bạn Dậm chỉ ra là (**không kể tiền vé máy bay**):

$$14,4 - 5,2 = 9,2 \text{ (triệu đồng)}$$

Tổng tiền tàu ra (về) đảo cho cả nhóm 4 người là:

$$0,5.4 = 2 \text{ (triệu đồng)}$$

Tổng tiền vé máy bay cho cả nhóm 4 người là:

$$9,2 - 2 = 7,2 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá 1 vé máy bay khứ hồi là:

$$7,2 : 4 = 1,8 \text{ (triệu đồng)}$$

Cách 3:

Gọi giá tiền 1 vé khứ hồi máy bay là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Do bạn Dậm sẽ thanh toán toàn bộ tiền vé máy bay và tiền tàu ra (và về) đảo Lý Sơn cho cả nhóm.

Nên số tiền bạn Dậm sẽ chi là: $4x + 4,0,5 = 4x + 2$

Do tất cả các khoản tiền chi khác, chia đều cho ba bạn còn lại để thanh toán.

Nên số tiền bạn Vạn sẽ chi là: $\frac{4.0,6 + 4 + 6 + 3,2}{3} = \frac{15,6}{3} = 5,2$

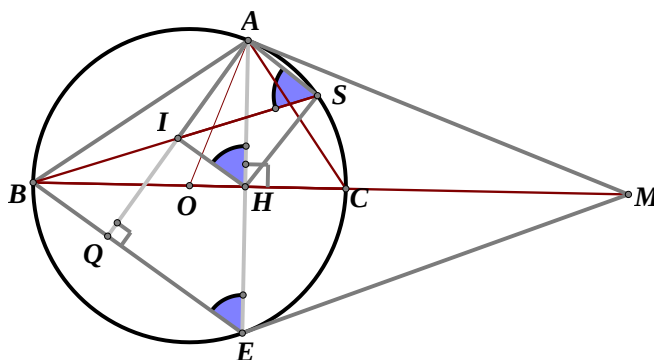
Vậy giá tiền 1 vé khứ hồi máy bay là 1,8 triệu đồng.

Vậy số du khách phóng viên Quang Vũ đã phỏng vấn: $170 : 85\% = 200$ (người)

Vậy cuộc thi này cô Vy Lan là người chiến thắng.

Vậy tổng số học sinh của lớp 9A4 là 31 học sinh.

Từ (1) và (2) cho: $MC \cdot MB = MH \cdot MO$



b) Chứng minh: A, I, H, S cùng thuộc một đường tròn

Chứng minh được IH là đường trung bình của $\triangle AQE$ suy ra $IH \parallel QE$.

Nên: $\widehat{AHI} = \widehat{AEB}$

Mà: $\widehat{AEB} = \widehat{ASB}$ (cùng chắn AB)

Do đó: $\widehat{AHI} = \widehat{ASB}$

Vậy tứ giác AIHS nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh liên tiếp H, S cùng nhìn cạnh AI với hai góc bằng nhau).

Hay 4 điểm A, I, H, S cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh: K là trung điểm HM

Cách 1: Ta có thể chứng minh theo hướng: $KM^2 = KS.KA$ và $KH^2 = KS.KA$

Chứng minh: $KH^2 = KS.KA$

Áp hệ thức lượng ở $\triangle AHK$ vuông ở H có HS là đường cao.

Muốn có: $HS \perp AK$ dựa vào tứ giác AIHS nội tiếp

Cần có: $HI \perp AQ$

Do: $QE \perp AQ$ và $HI \parallel QE$

Chứng minh: $KM^2 = KS.KA$ Nghĩa là: $\triangle KMS \sim \triangle KAM$

Xét: $\triangle KMS$ và $\triangle KAM$ có $\widehat{AKM}$ chung

Có thêm: $\widehat{KAM} = \widehat{KMS}$ giải quyết được là do:

$$\widehat{KAM} = \widehat{AES} \left(= \frac{1}{2} \text{SđAS} \right)$$

$\widehat{KMS} = \widehat{AES}$ (nếu tứ giác EHSM nội tiếp)

Giải quyết tứ giác EHSM nội tiếp:

Chứng minh: $\widehat{SHM} = \widehat{SEM}$

Do: $\widehat{SHM} = \widehat{SAE}$ (cùng phụ $\widehat{AHS}$)

$$\widehat{SEM} = \widehat{SAE} \left(= \frac{1}{2} \text{SđSE} \right)$$

Phải có: ME là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Chứng minh: $\widehat{MEO} = 90^\circ (= \widehat{MAO})$

Trình bày:

Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E.

Để chứng minh được $\widehat{ASH} = 90^\circ$

Ta có: $\widehat{MES} = \widehat{EAS}$ (cùng chắn SE)

Mà: $\widehat{EAS} = \widehat{SHK}$ (cùng phụ SHA)

Nên: $\widehat{MES} = \widehat{SHK}$

Do đó tứ giác EHSM nội tiếp.

Suy ra: $\widehat{HES} = \widehat{HMS}$

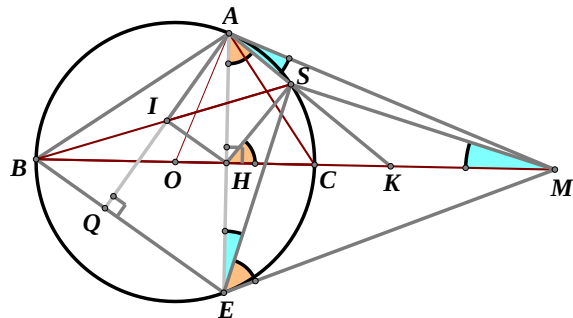
Mà: $\widehat{HES} = \widehat{SAM}$ (cùng chắn SA)

Nên: $\widehat{SAM} = \widehat{HMS}$

Từ đó chứng minh được $\triangle KMS \sim \triangle KAM$ suy ra $KM^2 = KS.KA$

Mà: $KH^2 = KS.KA$ ($\triangle AHK$ vuông tại H có HS là đường cao)

Do đó: $KM = KH$. Vậy K là trung điểm HM.



Cách 2: Làm tương tự câu 8c của đề thi thử lần thứ 12

Hướng dẫn làm câu 8c: Đưa KM và HE vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.

Đưa KH và HA vào hai tam giác và chứng minh chúng đồng dạng.

Đây là kỹ thuật để chứng minh: $KM = KH$ ta dựa vào trung điểm H của AE.

Nghĩa là ta dựa vào vào hai cặp tam giác đồng dạng.

Đưa KM và HE vào hai tam giác: $\triangle KMS$ và $\triangle HES$

Đưa KH và HA vào hai tam giác: $\triangle KSH$ và $\triangle HSA$

Chứng minh: $\triangle KMS \sim \triangle HES$

Có: $\widehat{KMS} = \widehat{HES}$ (chứng minh tứ giác EHSK nội tiếp)

$$\widehat{MKS} = \widehat{EHS}$$

Cần giải quyết: $\widehat{MKH} + \widehat{SKH} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\widehat{EHS} + \widehat{AHS} = 180^\circ \text{ (hai góc kề bù)}$$

$$\widehat{SKH} = \widehat{AHS} \text{ (cùng phụ } \widehat{KHS} \text{)}$$

Chứng minh: $\triangle KSH \sim \triangle HSA$

Xét hai tam giác vuông: $\triangle KSH$ và $\triangle HSA$ có:

$$\widehat{SKH} = \widehat{SHA} \text{ (cùng phụ } \widehat{KHS} \text{)}$$

$$\text{Ở } \triangle KMS \sim \triangle HES \Rightarrow \frac{KM}{HE} = \frac{KS}{HS}$$

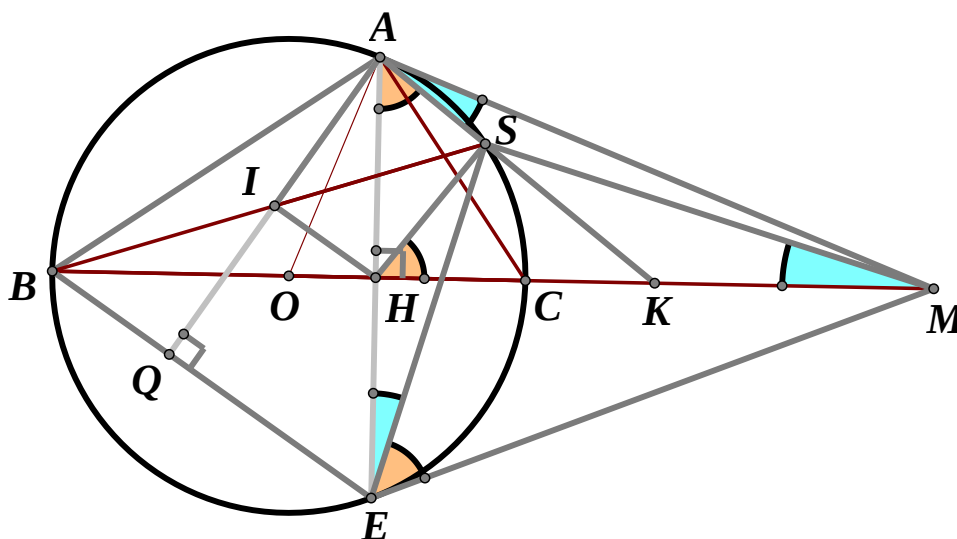
$$\text{Ở } \triangle KSH \sim \triangle HSA \Rightarrow \frac{KH}{HA} = \frac{KS}{HS}$$

$$\text{Do đó: } \frac{KM}{HE} = \frac{KH}{HA}$$

$$\text{Mà: } HE = HA$$

$$\text{Nên: } KH = KM$$

Trình bày: Các bạn tự làm nhé.



Hết

Đề thi gồm 2 trang

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = \frac{1}{3}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{3}x + 2$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $6x^2 - 4x - 3 = 0$ (x là ẩn số)

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \quad \text{và} \quad \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{2}{x_1 x_2}$$

Câu 3 (1 điểm). Những năm gần đây nhiều du khách châu Âu chọn đến Việt Nam (chính trị ổn định, thức ăn ngon, cảnh quan rất đẹp,...). Trong ba tháng đầu năm 2019 có **96%** du khách châu Âu đến Việt Nam bằng đường hàng không, khi đó sân bay Tân Sơn Nhất tiếp đón **75%** lượng du khách này tương ứng với **493,2** nghìn người. Hỏi trong ba tháng đầu năm 2019 có bao nhiêu du khách châu Âu chọn đến Việt Nam?

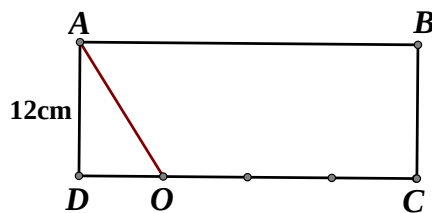
Câu 4 (1 điểm). Tuyển sinh vào lớp 10 ở các trường công lập ở TP. X ngày càng khó cho các thí sinh. Coi như số thí sinh ở hai năm 2020-2021 và 2021-2022 là bằng nhau. Năm học 2020-2021 chỉ nhận **80%** số thí sinh vào lớp 10 ở các trường công lập. Theo thông báo của ban tuyển sinh năm học 2021-2022 chỉ nhận **75%** số thí sinh vào lớp 10 ở các trường công lập, nghĩa là có thêm **5000** thí sinh không đậu vào các trường công lập (so với năm học 2020-2021). Hãy tính xem năm học 2021-2022 có bao nhiêu thí sinh không đậu vào lớp 10 (các trường công lập) ở TP. X?

(Nếu ta không đạt được nguyện vọng nào đó thì sao nào? Hãy nỗ lực lên, có nhiều phương thức để đi học. Không học cách này ta cũng có thể học bằng cách khác. Là người tử tế và có việc làm ổn định còn gì bằng nữa).

Câu 5 (1 điểm).

1/ Hãy tính diện tích của hình chữ nhật ABCD ở hình bên. Cho biết $AD = 12$ cm, $DC = 4DO$ và $\sin \widehat{AOD} = 0,87$

(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



2/ Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Biết diện tích tam giác GAC bằng 30cm^2 .
Hãy tính diện tích tam giác GBC.

Câu 6 (1 điểm). Vy Lan và Vy Thảo là hai công chúa sinh đôi của xứ sở Chín A Tư có 31 triệu dân. Hai cô xinh đẹp và thông minh. Một hôm nhà vua nói rằng trong tương lai một trong hai người sẽ là **Nữ Hoàng**. Hai cô sẽ trải qua ba cuộc thi, nếu ai thắng nhiều hơn sẽ giành ngôi vị **Nữ Hoàng**.

Cuộc thi thứ nhất diễn ra vào 11g00 ngày chủ nhật 18/04/2021 nhà vua ra đề như sau:

Cha sẽ tặng cho hai người, mỗi người một thửa đất có cùng chu vi là **4a (m)** ($a > 0$). Hai cô hãy tự vẽ thửa đất của mình. Diện tích của thửa đất nào **nhiều hơn** người đó thắng cuộc.

Cô Vy Lan vẽ thửa đất **hình vuông**, còn cô Vy Thảo vẽ thửa đất **hình tròn**.

Theo bạn ai là người chiến thắng trong cuộc thi này.

(Hai cuộc thi còn lại sẽ diễn ra vào lúc 11g00 vào các chủ nhật kế tiếp)

Câu 7 (1 điểm). Người ta tính rằng năng suất lao động của Việt Nam năm 2018 đạt **11142 USD**, chỉ bằng **7,3%** mức năng suất của Singapore, **19%** của Malaysia, **37%** của Thái Lan, **44,8%** của Indonesia và bằng **55,9%** năng suất lao động của Philippines.

a) Năm 2018 năng suất lao động của Thái Lan thua Malaysia bao nhiêu USD.

b) Năm 2019 giả sử năng suất lao động của Singapore tăng thêm **1000USD**, Việt Nam muốn bằng 8% mức năng suất của Singapore. Hỏi năng suất lao động của Việt Nam năm 2019 phải tăng thêm bao nhiêu USD?

(các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 8 (3 điểm). Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính BC ($AB > AC$). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia BO tại điểm M. Gọi AH là đường cao của $\triangle ABC$.

a) Chứng minh: $HO \cdot HM = HB \cdot HC$

b) Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt MA ở điểm S. Chứng minh: MC là tiếp tuyến của đường tròn (ASC).

c) Tia SC cắt tia AH ở điểm Q. Chứng minh: $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{AB} > \frac{1}{HC}$

Hết.

Giải

Câu 2 (1 điểm).

Do phương trình : $6x^2 - 4x - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2}{3}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2}$

Ta có:
$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-4}{3}$$

$$B = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{2}{x_1 x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1^2 x_2^2} = \left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \right)^2 = \left(\frac{-4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}$$

Cách khác:
$$B = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{2}{x_1 x_2} = \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)^2 = \left(\frac{-4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}$$

Câu 3 (1 điểm).

Số du khách Châu Âu đến Việt Nam bằng đường hàng không:

$$493,2 : 75\% = 657,6 \text{ (nghìn người)}$$

Trong ba tháng đầu năm 2019, số du khách Châu Âu đến Việt Nam:

$$657,6 : 96\% = 685 \text{ (nghìn người)}$$

Câu 4(1 điểm).

Số thí sinh vào lớp 10 không đậu vào ở các trường công lập năm học 2020-2021 là:

$$100\% - 80\% = 20\% \text{ (tổng số học sinh thi)}$$

Số thí sinh vào lớp 10 không đậu vào ở các trường công lập năm học 2021-2022 là:

$$100\% - 75\% = 25\% \text{ (tổng số học sinh thi)}$$

Với 5000 thí sinh ứng với số phần trăm là: $25\% - 20\% = 5\%$

Số thí sinh dự thi ở năm học 2021 – 2022 là: $5000 : 5\% = 100000$ (thí sinh)

Số thí sinh không đậu vào các trường công lập ở năm học 2021 – 2022 là:

$$100000 \cdot 25\% = 25000 \text{ (thí sinh)}$$

Câu 5 (1 điểm).

1) Ta có: $\sin AOD = 0,87 \Rightarrow AOD \approx 60^\circ 28'$

Ta có: $\tan AOD = \frac{AD}{DO}$ ($\triangle AOD$ vuông tại D)

$$DO = \frac{AD}{\tan AOD} \approx \frac{12}{\tan 60^\circ 28'} \Rightarrow DO \approx 6,8 \text{ (m)}$$

Diện tích hình chữ nhật ABCD: $12 \cdot (4,6,8) \approx 326 \text{ (cm}^2\text{)}$

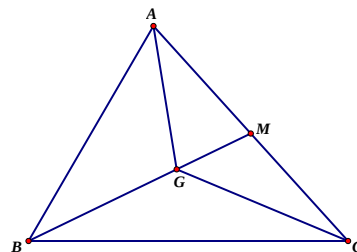
2) Gọi BM là đường trung tuyến của $\triangle ABC$

Ta có: $S_{AGM} = \frac{1}{3} S_{ABM}$ (do G là trọng tâm $\triangle ABC$)

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} S_{ABC} \text{ (do M là trung điểm AC)}$$

Nên: $S_{AGM} = \frac{1}{6} S_{ABC}$

Ta lại có: $S_{AGM} = \frac{1}{2} S_{AGC}$. Do đó: $S_{ABC} = 3 \cdot S_{AGC} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ (cm}^2\text{)}$



Câu 6 (1 điểm).

Cạnh thửa đất hình vuông của cô Vy Lan là: $\frac{4a}{4} = a \text{ (m)}$

Diện tích thửa đất hình vuông của cô Vy Lan là: $a^2 \text{ (m}^2\text{)}$

Bán kính thửa đất hình tròn của cô Vy Thảo là: $\frac{4a}{2\pi} = \frac{2a}{\pi} \text{ (m)}$

Diện tích thửa đất hình tròn của cô Vy Thảo là: $\pi \cdot \left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 = \frac{4a^2}{\pi} \approx 1,3a^2 \text{ (m}^2\text{)}$

Vậy cô Vy Thảo là người thắng trong cuộc thi này.

Câu 7 (1 điểm).

a) Năng suất lao động của Thái Lan năm 2018: $11142 : 37\% \approx 30114 \text{ (USD)}$

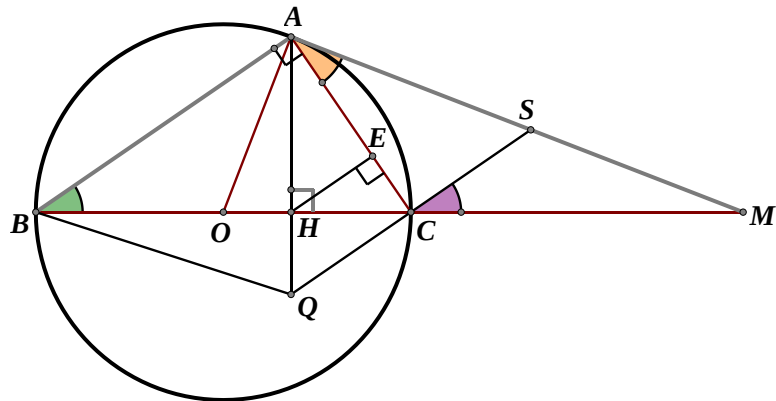
Năng suất lao động của Malaysia năm 2018: $11142 : 19\% \approx 58642 \text{ (USD)}$

Vậy năm 2018 năng suất lao động của Thái Lan thua Malaysia khoảng:
 $58642 - 30114 = 28528 \text{ (USD)}$

b) Năng suất lao động của Singapore năm 2019: $11142 : 7,3\% + 1000 \approx 153630 \text{ (USD)}$

Năng suất lao động của Việt Nam năm 2019: $153630 \cdot 8\% \approx 12290 \text{ (USD)}$

Vậy năng suất lao động của Việt Nam năm 2019 phải tăng thêm:
 $12290 - 11142 = 1148 \text{ (USD)}$

Câu 8 (3 điểm).**a) Chứng minh: $HO \cdot HM = HB \cdot HC$**

Ta có: $OAM = 90^\circ$ (do MA là tiếp tuyến của (O) tại A)

$BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Ta có: $HA^2 = HO \cdot HM$ ($\triangle OAM$ vuông tại A có AH là đường cao)

$HA^2 = HB \cdot HC$ ($\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao)

Nên: $HO \cdot HM = HB \cdot HC$

b) Chứng minh: MC là tiếp tuyến của đường tròn (ASC)

Ta có: $MAC = ABC$ (cùng chắn AC)

$SCM = ABC$ (do $CS \parallel AB$ vì cùng vuông góc AC, hai góc ở vị trí đồng vị)

Nên: $MAC = SCM$

Do đó: MC là tiếp tuyến của đường tròn (ASC) (định lý đảo của định lý: “Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung”)

c) Chứng minh: $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{AB} > \frac{1}{HC}$

Ta áp dụng: **Bài toán 2** trang 3

Qua H vẽ đường thẳng song song với AB, cắt AC tại E.

Mà: $AB \parallel QC$ (cùng vuông góc với AC)

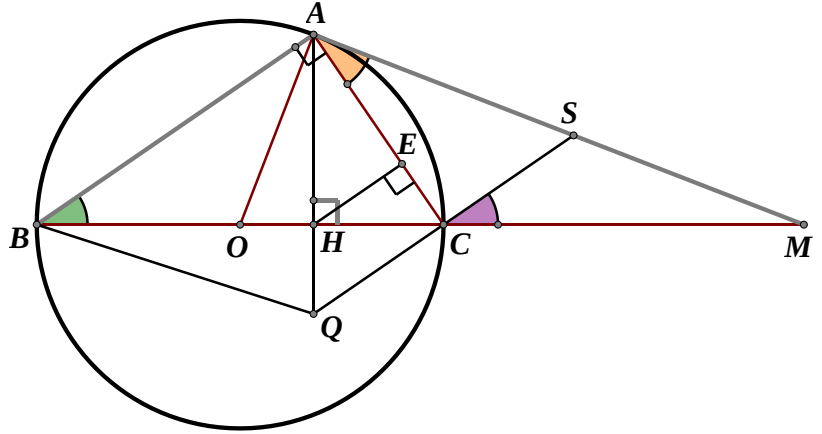
Nên HE // QC (cùng song song với AB)

Định lý Talet cho:

$$\frac{HE}{QC} = \frac{AE}{AC} \quad (HE \parallel QC)$$

$$\text{v\grave{a}} \quad \frac{HE}{AB} = \frac{CE}{CA} (HE \parallel AB)$$

Nên: $\frac{HE}{QC} + \frac{HE}{AB} = \frac{AE}{AC} + \frac{CE}{CA}$



$$\Leftrightarrow \text{HE.} \left(\frac{1}{\text{QC}} + \frac{1}{\text{AB}} \right) = \frac{\text{AF} + \text{CF}}{\text{AC}}$$

$$\Leftrightarrow \text{HE.} \left(\frac{1}{\text{QC}} + \frac{1}{\text{AB}} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\text{QC}} + \frac{1}{\text{AB}} = \frac{1}{\text{HE}}$$

Ta lại có: $AB \perp AC$ ($\widehat{BAC} = 90^\circ$)

$$AB \parallel HE$$

Nên: $HE \perp AC$

Suy ra: $HE < HC$ (ΔHEC vuông tại E)

Do đó: $\frac{1}{HE} > \frac{1}{HC}$

Vậy: $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{AB} > \frac{1}{HC}$

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Thời gian : 120 phút (Chú nhật: 11g00 đến 13g00 ngày 11.04.21)

Làm lúc nào tùy mình nhưng phải có khát
vọng chinh phục bài thi.

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{4}x - 1,5$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $20x^2 - 61x + 45 = 0$ (x là ẩn số)

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} \text{ và } \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \text{ (} x_1 < x_2 \text{)}$$

Câu 3 (1 điểm). Cửa hàng **Có Thiệt Không** chuyên mua bán gạo đặc sản miền Tây. Thứ sáu ngày 31/01/2020 cửa hàng còn lại **200** tấn gạo.

Nhật ký mua bán gạo của cửa hàng trong tháng 02/2020 được ghi lại như sau:

Ngày 01/02/2020 cửa hàng bán ra **5** tấn và thu mua lại **2** tấn.

Ngày 02/02/2020 cửa hàng bán ra **8** tấn và thu mua lại **5** tấn.

Ngày 03/02/2020 cửa hàng bán ra **11** tấn và thu mua lại **8** tấn.

.....

Cứ như thế cho đến hết tháng 02/2020.

- Hết tháng 02/2020 cửa hàng **Có Thiệt Không** còn lại bao nhiêu tấn gạo?
- Giả sử khi bán 1 tấn gạo cửa hàng lời **0,2** triệu đồng. Hỏi tháng 02/2020 cửa hàng **Có Thiệt Không** lời được bao nhiêu triệu đồng?

Câu 4 (1 điểm). Ngày xưa ngày xưa, có lẽ xưa lắm rồi người ta chưa biết dùng tiền mặt để trao đổi mua bán hàng hóa. Cô **Xử** mang 6 quả táo ra chợ và được cô **Xưa** đổi lại **2** quả cam và **1** quả đào. Ngày hôm sau cô **Xử** cũng mang táo ra chợ và muốn cô **Xưa** đổi lại cho mình toàn quả cam thôi. Cô **Xưa** đồng ý và trao cho cô **Xử** **15** quả cam.

Hỏi cô **Xử** đã mang bao nhiêu quả táo để đổi được **15** quả cam? Biết rằng cứ **2** quả đào thì đổi được **5** quả cam.

Câu 5 (1 điểm). Nếu có chuyện vui có nên kể lại cho các bạn nghe không?

Bạn **Chuyện** ở lớp 9A1 có chuyện vui lắm. Trong **1** phút bạn thổ lộ cho hai bạn **Xóm** và **Tôi** trong lớp nghe. Không kịp được niềm vui trong 1 phút hai bạn **Xóm** và **Tôi** mỗi bạn lại kể cho hai bạn trong lớp nghe. Cứ như thế trong **4** phút cả lớp đều biết chuyện vui của bạn **Chuyện**, tất nhiên cả lớp hôm ấy vui lắm. Biết rằng mỗi bạn chỉ kể cho **2** người.

- Hỏi lớp 9A1 có bao nhiêu bạn?
- Theo quy luật trên trong chốc lát, cả trường có **2046** học sinh đều biết được chuyện vui của bạn **Chuyện**. Hỏi tin vui này được lan truyền trong bao nhiêu phút?

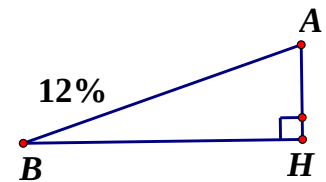
(Hãy thật cân nhắc khi kể chuyện của mình cho người khác nghe.)

Câu 6 (1 điểm). Bài này đã thi ở học kỳ I rồi nhé. Nhưng cũng phải tập luyện lại.

CON ĐƯỜNG SẮT RẮNG CỦA THÁP CHÀM – ĐÀ LẠT gọi là con đường huyền thoại vì đây là một trong hai tuyến đường sắt răng cưa leo núi của Thế giới: một của Việt Nam và một của Thụy Sĩ. Con đường của Việt Nam kỳ vĩ hơn vì nó vừa dài lại có độ dốc lớn hơn con đường của Thụy Sĩ. (VN dài 84 km, trong đó có tới 43 km đường răng cưa; Thụy Sĩ chỉ có gần 25 km ở đoạn vượt qua đèo Furka trên dãy Alpes) Con đường sắt răng cưa nối liền Phan Rang - Đà Lạt được bắt đầu thi công vào năm 1908 (có tài liệu nói sớm hơn vài năm) theo lệnh của Toàn quyền Paul Doumer. Sau nhiều năm gian khổ xây dựng, đến năm 1932 chính thức hoạt động. Hiện nay chỉ còn khai thác từ ga Đà Lạt đến Trại Mát và ngược lại.

Có những đoạn leo dốc có độ dốc là **12%**. Theo hình vẽ bên nghĩa là **$\tan \hat{ABH} = 12\%$**

Hãy tính độ cao AH của con dốc ở hình bên (có độ dốc là **12%**) biết độ dài AB của dốc là **360m** (Chú ý: **số đo góc ABH làm tròn đến phút và kết quả tính AH làm tròn đến hàng đơn vị**)



Câu 7 (1 điểm). Một hình trụ có chu vi là 360cm và có chiều cao là 1,5m. Hình trụ thứ hai có chiều cao là 2m và có thể tích bằng hình trụ thứ nhất. Hỏi bán kính của hình trụ thứ hai là bao nhiêu? (lấy đơn vị là cm và làm tròn đến hàng đơn vị và cho $\pi \approx 3,14$)

Câu 8 (3 điểm). Cho tam giác ABC vuông cân ở A có AH là đường cao. Trên tia đối của tia BC chọn điểm M. Gọi E, K lần lượt là hình chiếu của B, C trên đường thẳng MA.

- Tính **$\hat{AEH}$** và chứng minh: tam giác HEK vuông cân.
- I là giao điểm của AB và HE, V là giao điểm của AC và HK. Chứng minh: $IV \parallel EK$.
- Chứng minh: $MC \cdot KE = 2MH \cdot KC$.

Hết.

Giải

Câu 2 (1 điểm).

Do phương trình : $20x^2 - 61x + 45 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo định lý Viet, ta có:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{61}{20} \quad \text{và} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}$$

Ta thấy tổng và tích của hai nghiệm là số dương do đó phương trình có hai nghiệm dương phân biệt

Ta có:

$$A = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} = \frac{\sqrt{x_1}}{\sqrt{x_2}} + \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}} = \frac{x_1 + x_2}{\sqrt{x_1 x_2}} = \frac{\frac{61}{20}}{\sqrt{\frac{9}{4}}} = \frac{61}{30}$$

$$B = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} \Rightarrow B^2 = x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = \frac{61}{20} - 2\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow B = -\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (\text{do } B = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} < 0)$$

Câu 3 (1 điểm).

a) Số tấn gạo 1 ngày cửa hàng tiêu thụ được là 3 tấn.

Do tháng 2/2020 có 29 ngày nên số tấn gạo còn lại là: $200 - 3 \cdot 29 = 113$ (tấn)

b) Tính số tiền lời tháng 02/2020 cửa hàng **Có Thiệt Không**.

Gọi x là số gạo bán vào ngày 29/02/2020.

Ta có: $(x - 5) : 3 + 1 = 29 \Leftrightarrow (x - 5) : 3 = 28$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 84$$

$$\Leftrightarrow x = 89$$

Tổng số gạo của cửa hàng bán trong tháng 02/2020 là:

$$S = 5 + 8 + 11 + \dots + 83 + 86 + 89$$

$$S = 89 + 86 + 83 + \dots + 11 + 8 + 5$$

$$2S = 94 + 94 + 94 + \dots + 94 + 94 + 94$$

$$S = 94 \cdot 29 : 2$$

$$S = 1363$$

Số tiền lời của cửa hàng trong tháng 02/2021 Có Thiệt Không là:

$$1363 \cdot 0,2 = 272,6 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 4 (1 điểm).

Do 2 quả đào đổi được 5 quả cam nên 1 quả đào tương ứng với 2,5 quả cam

Từ thông tin 6 quả táo đổi được 2 quả cam và 1 quả đào.

Nên ta có 6 quả táo tương ứng với 4,5 quả cam.

Vậy số táo cần mang đi để đổi được 15 quả cam là: $\frac{6 \cdot 15}{4,5} = 20$ (quả)

Câu 6 (1 điểm).**a) Tính số học sinh của lớp 9A.**

Trong 1 phút đầu tiên có $1.2 = 2$ bạn biết câu chuyện

Trong 1 phút tiếp theo có thêm $2.2 = 4$ bạn biết câu chuyện

Trong 1 phút tiếp theo có thêm $4.2 = 8$ bạn biết câu chuyện

Trong 1 phút tiếp theo có thêm $8.2 = 16$ bạn biết câu chuyện

Vậy lớp 9A có: $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$ (bạn)

b) Hỏi tin vui này được lan truyền trong bao nhiêu phút?

Gọi n là số phút mà số người biết được câu chuyện.

Với $n = 1$ phút đầu tiên có: $1.2 = 2$ bạn biết câu chuyện.

Ta biểu diễn như sau: $2^{n+1} - 2 = 2^{1+1} - 2 = 4 - 2 = 2$

Với $n = 2$ phút có: $2.2 + 2 = 6$ bạn biết câu chuyện.

Ta biểu diễn như sau: $2^{n+1} - 2 = 2^{2+1} - 2 = 8 - 2 = 6$

Với $n = 3$ phút có: $2.4 + 6 = 14$ bạn biết câu chuyện.

Ta biểu diễn như sau: $2^{n+1} - 2 = 2^{3+1} - 2 = 16 - 2 = 14$

Với $n = 4$ phút có: $2.8 + 14 = 30$ bạn biết câu chuyện.

Ta biểu diễn như sau: $2^{n+1} - 2 = 2^{4+1} - 2 = 32 - 2 = 30$

Với n là số phút mà trường có **2046** học sinh đều biết được câu chuyện.

Theo quy luật trên ta có phương trình: $2^{n+1} - 2 = 2046$

$$\Leftrightarrow 2^{n+1} = 2048$$

$$\Leftrightarrow 2^{n+1} = 2^{11}$$

$$\Leftrightarrow n = 10$$

Vậy tin vui này được lan truyền trong 10 phút.

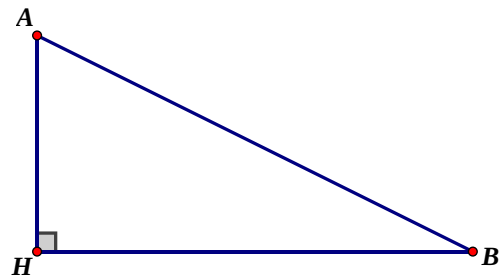
Câu 6 (1 điểm).**Cách 1:**

Ta có: $\tan ABH = 12\% \Rightarrow ABH \approx 6^\circ 51'$

Ta lại có: $\sin ABH = \frac{AH}{AB}$ ($\triangle ABH$ vuông tại H)

$$\Rightarrow AH = AB \cdot \sin ABH \approx 360 \cdot \sin 6^\circ 51' \approx 43$$

Vậy độ cao con dốc khoảng 43m.

**Cách 2:**

Ta có: $\tan ABH = 12\% \Rightarrow \frac{AH}{HB} = 12\% \Rightarrow HB = \frac{AH}{12\%}$

$AH^2 + HB^2 = AB^2$ (định lý Pytago ở $\triangle ABH$ vuông ở H)

$$AH^2 + \left(\frac{AH}{12\%}\right)^2 = AB^2 \Leftrightarrow AH^2 \left(1 + \left(\frac{1}{12\%}\right)^2\right) = 360$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{360 : \left(1 + \left(\frac{1}{12\%}\right)^2\right)}$$

$$\Rightarrow AH \approx 43(m)$$

Vậy độ cao con dốc khoảng 43m.

Câu 7 (1 điểm).

Cách 1:

Bán kính đáy hình trụ thứ nhất: $3,6:(2.3,14) \approx 0,6(\text{m})$

Thể tích hình trụ thứ nhất: $3,14.0,6^2.1,5 \approx 1,7(\text{m}^3)$

Vì thể tích hình trụ thứ hai bằng thể tích hình trụ thứ nhất nên

$$V = \pi.R^2.h \Leftrightarrow R^2 = \frac{V}{\pi h} \approx \frac{1,7}{3,14.2} \approx 0,3$$

$$\Rightarrow R \approx 0,5(\text{m}) \Rightarrow R \approx 50(\text{cm})$$

Vậy bán kính hình trụ thứ hai khoảng 50cm.

Cách 2:

Hình trụ thứ nhất có chu vi là $360\text{cm} = 3,6\text{m}$

$$\text{Nên ta có: } 2\pi R_1 = 3,6 \Leftrightarrow R_1 = \frac{1,8}{\pi}$$

Do hai hình trụ có bán kính bằng nhau.

$$\text{Nên ta có: } V_1 = V_2 \Leftrightarrow \pi R_1^2 h_1 = \pi R_2^2 h_2 \Leftrightarrow R_2^2 = \frac{R_1^2 h_1}{h_2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{\frac{R_1^2 h_1}{h_2}}$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{R_1^2 h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{1,8}{\pi}\right)^2 .1,5}{2}}$$

$$R_2 \approx \sqrt{\frac{\left(\frac{1,8}{3,14}\right)^2 .1,5}{2}} \Rightarrow R_2 \approx 0,496(\text{m}) \Rightarrow R_2 \approx 50(\text{cm})$$

Vậy bán kính hình trụ thứ hai khoảng 50 cm.

Câu 8 (3 điểm).

a) Tính góc AEH và chứng minh tam giác HEK vuông cân

Chứng minh được tứ giác AEBH nội tiếp

Suy ra được $\angle AEH = \angle ABH = 45^\circ$

Tương tự ta cũng có $\angle AKH = \angle ACH = 45^\circ$

Do đó: $\triangle HEK$ vuông cân tại H

b) Chứng minh: $IV \parallel EK$

Cách 1:

Chứng minh được $\triangle HAI \sim \triangle HEA$

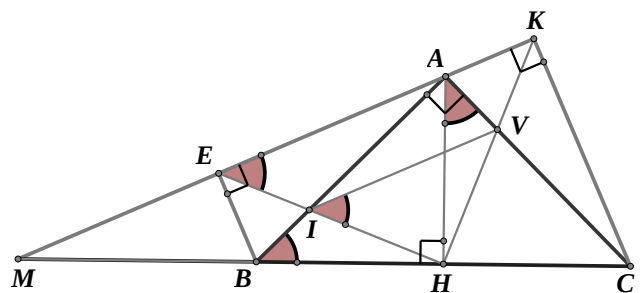
Suy ra $HA^2 = HE.HI$

Chứng minh tương tự ta có: $HA^2 = HV.HK$

Từ đó suy ra: $HE.HI = HV.HK$

$$\text{Hay: } \frac{HE.HI}{HE^2} = \frac{HV.HK}{HK^2} \quad (\triangle HEK \text{ vuông cân tại H nên } HE^2 = HK^2)$$

$$\frac{HI}{HE} = \frac{HV}{HK}$$



Do đó: $IV \parallel EK$ (định lý Talet đảo)

Cách 2:

Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân ở A có AH là đường cao.

Nên AH cũng là đường phân giác.

$$\text{Suy ra: } \widehat{HAV} = \frac{1}{2} \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

Xét tứ giác AIHV có:

$$\widehat{IAV} = 90^\circ \quad (\triangle ABC \text{ vuông cân ở A})$$

$$\widehat{IHV} = 90^\circ \quad (\triangle HEK \text{ vuông cân ở H})$$

$$\text{Nên: } \widehat{IAV} + \widehat{IHV} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác AIHV nội tiếp.

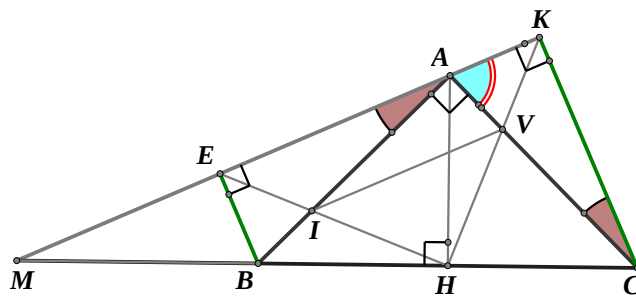
$$\text{Do đó: } \widehat{HIV} = \widehat{HAV}$$

$$\text{Mà: } \widehat{HAV} = 45^\circ \text{ (cmt)} \quad \text{Nên: } \widehat{HIV} = 45^\circ$$

$$\text{Suy ra: } \widehat{HIV} = \widehat{HEA} (= 45^\circ)$$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị.

$$\text{Do đó: } IV \parallel EK$$



c) Chứng minh: $MC \cdot KE = 2MH \cdot KC$

Ta áp dụng **bài toán 4** căn bản sau: *Cho điểm Q là trung điểm của AB. Trên tia đối của tia BQ chọn điểm O. Chứng minh rằng: $OA + OB = 2OQ$*

Giải: Ta có: $QA = QB$ (Q là trung điểm của AB)

$$\begin{aligned} OA + OB &= OQ + QA + OQ - QB \\ &= 2OQ \end{aligned}$$

Trình bày:

Ta có: $EB \parallel KC$ (cùng vuông góc MK)

$$\text{Nên: } \frac{MB}{MC} = \frac{EB}{KC} \text{ (định lý Talet) hay } MB \cdot KC = MC \cdot EB$$

Dễ chứng minh được rằng $MB + MC = 2MH$ (áp dụng **bài toán 4**)

$$\text{Ta có: } 2MH \cdot KC = (MB + MC) \cdot KC = MB \cdot KC + MC \cdot KC = MC \cdot EB + MC \cdot KC = MC \cdot (EB + KC)$$

Xét hai tam giác vuông: BEA và AKC có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$\widehat{BAE} = \widehat{ACK} \text{ (cùng phụ } \widehat{KAC})$$

$$\text{Nên: } \triangle BEA = \triangle AKC$$

$$\text{Suy ra: } EA = KC \text{ và } EB = AK$$

$$\text{Hay } EB + KC = EA + AK = EK$$

$$\text{Vậy: } 2MH \cdot KC = MC \cdot (EB + KC) = MC \cdot EK$$

Hết

Đề thi gồm 2 trang

Thời gian : 120 phút (Chú nhật: 11g00 đến 13g00 ngày 04.04.21)

Làm lúc nào tùy mình nhưng phải có khát vọng chinh phục bài thi.

Câu 1 (1 điểm). Cho Parabol (P): $y = \frac{-1}{2}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{2}x - 3$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép toán.

Câu 2 (1 điểm). Cho phương trình : $9x^2 - 82x + 9 = 0$ (x là ẩn số)

Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính:

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \text{ và } (\sqrt{x_1} - 3)(\sqrt{x_2} - 3)$$

Câu 3 (1 điểm). Thứ bảy ngày 08/05/2021 là sinh nhật của bạn Mai Thanh (nhớ gửi lời chúc mừng cho bạn Mai Thanh nha). Hỏi sau 6 năm nữa sinh nhật của bạn Mai Thanh vào ngày thứ mấy trong tuần?

Hướng dẫn: Tính tổng số ngày từ 08/05/2021 đến 08/05/2027 là m ngày.

Nếu m chia cho 7 dư 0 thì là ngày thứ bảy.

Nếu m chia cho 7 dư 1 thì là ngày chủ nhật.

Nếu m chia cho 7 dư 2 thì là ngày thứ hai.

.....

Câu 4 (1 điểm). Bạn Duy được mẹ giao 180 trái xoài mang ra chợ bán. Ban đầu bạn Duy bán mỗi trái xoài giá 10 ngàn đồng. Do thấy khách hàng mua đông quá, bạn Duy bán mỗi trái xoài tăng giá 20% và trong chốc lát số xoài đã bán hết. Tổng số tiền bạn Duy thu được là 1,96 triệu đồng. Tính số xoài bạn Duy bán với giá 10 ngàn đồng/1 trái.

Câu 5 (1 điểm). Hai bạn Lang Nguru và Nữ Chức hẹn gặp nhau ở đỉnh cầu Ô Thước (hai bạn ở hai bên cầu). Nếu theo đường thẳng thì nhà hai bạn cách nhau 2100m. Từ nhà bạn Lang Nguru nhìn thấy đỉnh cầu và tạo góc 6° trong khi nhà bạn Nữ Chức tạo góc 4° . Hỏi cầu Ô Thước cao bao nhiêu m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6 (1 điểm). Hồ cá cảnh của bạn Hà có dạng hình hộp chữ nhật và có kích thước: 40cm x 80cm x 60cm (chiều rộng x chiều dài x chiều cao). Bạn Hà dùng hai ca mức đầy nước (mỗi lần mức nước dùng hai ca) có dạng hình trụ (có bán kính là 10cm, chiều cao là 30cm) để chuyển nước vào hồ. Khi mặt nước đạt được độ cao 45cm thì bạn Hà dừng lại. Hỏi bạn phải mức ít nhất bao nhiêu lần?

Cho biết: Thể tích của hình hộp chữ nhật bằng tích của ba kích thước.

Thể tích của hình trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Câu 7 (1 điểm). Vào tháng 01/2020, mỗi ngày mỗi bạn ở lớp 9A1 tiết kiệm được 2 ngàn đồng, trong khi đó mỗi ngày mỗi bạn ở lớp 9A2 tiết kiệm được 3 ngàn đồng. Tổng số tiền tiết kiệm được của hai lớp trong tháng 01/2020 là 4774 ngàn đồng. Qua tháng 02/2020 mỗi ngày mỗi bạn ở lớp 9A1 được tiết kiệm 5 ngàn đồng, trong khi đó mỗi ngày mỗi bạn ở lớp 9A2 tiết kiệm được 4 ngàn đồng. Cả tháng 02/2020 lớp 9A1 tiết kiệm được nhiều hơn lớp 9A2 là 1160 ngàn đồng. Tính số học sinh ở lớp 9A1 (số học sinh ở mỗi lớp không đổi).

Câu 8 (3 điểm). Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC.

- Chứng minh: $OA \perp EF$
- Gọi I là giao điểm của OA và EF. Vẽ hình bình hành BHCQ.
Chứng minh tứ giác DHIQ nội tiếp.
- Gọi S là giao điểm của BC và EF, tia QH cắt đường tròn (O) ở điểm M. Chứng minh: ba điểm A, S và M thẳng hàng.

Hết.

Giải

Câu 2 (1 điểm).

Do phương trình : $9x^2 - 82x + 9 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$

Theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{82}{9}$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1$

$$A = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \Rightarrow A^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = \frac{82}{9} + 2.1 = \frac{100}{9}$$

$$A = \frac{10}{3} \quad (\text{do } A > 0) \quad (\text{do } A > 0)$$

$$B = (\sqrt{x_1} - 3)(\sqrt{x_2} - 3) = \sqrt{x_1 x_2} - 3(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) + 9 = \sqrt{1} - 3 \cdot \frac{10}{3} + 9 = 0$$

Câu 3 (1 điểm).

Từ 08/05/2021 đến 08/05/2027 là sáu năm chỉ có một năm nhuận là năm 2024.

Tổng số ngày từ 08/05/2021 đến 08/05/2027 là: $365.6 + 1 = 2191$ (ngày)

Do 2191 chia 7 dư 0 mà ngày 8/5/2021 rơi vào thứ bảy.

Nên ngày 08/05/2027 là thứ bảy.

Vậy 6 năm nữa, sinh nhật bạn Thanh rơi vào ngày thứ bảy.

Câu 4 (1 điểm).

Cách 1:

Gọi x (trái) là số trái xoài bán với giá 10 ngàn đồng

y (trái) là số trái xoài bán với giá tăng thêm 20% ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 180$)

Vì tổng số trái xoài bán là 180 trái nên $x + y = 180$

Do tổng tiền thu được là 1,96 triệu đồng nên: $10x + 10.120\%y = 1960 \Leftrightarrow 10x + 12y = 1960$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 10x + 12y = 1960 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 80 \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

Vậy có 100 trái xoài được bán với giá 10 ngàn đồng.

Cách 2:

Giá tiền 1 trái xoài sau khi tăng giá: 120%. $10 = 12$ (ngàn đồng)

Gọi số trái xoài bán với giá 10 ngàn đồng là: x (trái) (x nguyên dương, $x < 180$)

Số trái xoài bán với giá 12 ngàn đồng là: $180 - x$

Do tổng tiền thu được là 1,96 triệu đồng.

Nên ta có phương trình: $10x + 12.(180 - x) = 1960 \Leftrightarrow 10x + 2160 - 12x = 1960$

$$\Leftrightarrow -2x = -200$$

$$\Leftrightarrow x = 100 \quad (\text{nhận})$$

Vậy có 100 trái xoài được bán với giá 10 ngàn đồng.

Cách 3:

Giá tiền 1 trái xoài sau khi tăng giá: 120%. $10 = 12$ (ngàn đồng)

Giả sử 180 trái xoài đều bán với giá 12 ngàn đồng.

Do đó tổng số tiền thu được là: $12.180 = 2160$ (ngàn đồng)

So với thực tế số tiền chênh lệch là: $2160 - 1960 = 200$ (ngàn đồng)

Do mỗi trái xoài đẩy lên 2 ngàn đồng.

Vậy số trái xoài được bán với giá 10 ngàn đồng là $200 : 2 = 100$ (trái)

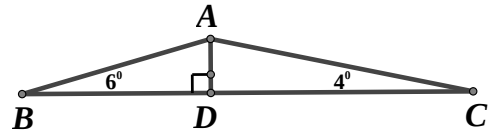
Câu 5 (1 điểm).

Ta có: $BD = \frac{AD}{\tan B} = \frac{AD}{\tan 6^\circ}$ ($\triangle ABD$ vuông tại D)

$$DC = \frac{AD}{\tan C} = \frac{AD}{\tan 4^\circ} \quad (\triangle ACD \text{ vuông tại D})$$

Ta lại có: $BD + DC = BC$

$$\Leftrightarrow \frac{AD}{\tan 6^\circ} + \frac{AD}{\tan 4^\circ} = 2100 \Leftrightarrow AD = \frac{2100}{\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ}} \Rightarrow AD \approx 88(\text{m})$$



Vậy cầu Ô Thước cao khoảng 88m.

Câu 6 (1 điểm).

Thể tích nước trong hồ: $40.80.45 = 144000(\text{cm}^3)$

Thể tích hai ca hình trụ: $2.\pi.10^2.30 \approx 18849,6(\text{cm}^3)$

Vì $144000 : 18849,6 \approx 7,6$

Nên bạn Hà phải mức ít nhất là 8 lần.

Câu 7 (1 điểm).

Gọi x là số học sinh lớp 9A1 và y là số học sinh lớp 9A2 ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì tháng 1/2020 có 31 ngày và hai lớp tiết kiệm được 4774 ngàn đồng nên:

$$31.2x + 31.3y = 4774 \Leftrightarrow 62x + 93y = 4774$$

Vì tháng 2/2020 có 29 ngày và lớp 9A1 tiết kiệm nhiều hơn 9A2 1160 ngàn đồng nên:

$$29.5x - 29.4y = 1160 \Leftrightarrow 145x - 116y = 1160$$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 62x + 93y = 4774 \\ 145x - 116y = 1160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 30 \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

Vậy lớp 9A1 có 32 học sinh.

Câu 8 (3 điểm).

a) Chứng minh: OA vuông góc EF

Từ A vẽ tiếp tuyến xy của đường tròn (O).

Xét tứ giác BFEC có:

$$\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ \quad (\text{BE, CF là các đường cao của } \triangle ABC)$$

Do đó tứ giác BFEC nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh F và E liên tiếp cùng nhìn cạnh BC với 90°)

Nên: $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$

$$\text{Mà: } \widehat{BAx} = \widehat{ACB} \left(= \frac{1}{2} \text{Sđ } \widehat{AB} \right)$$

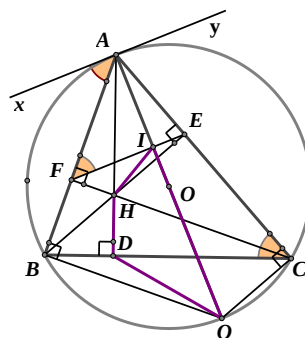
Do đó: $\widehat{AFE} = \widehat{BAx}$

Ta lại có hai góc này ở vị trí so le trong.

Nên: $Ax \parallel EF$

Mà: $OA \perp Ax$ (do Ax là tiếp tuyến của (O) tại A)

Nên: $OA \perp EF$



b) Chứng minh: tứ giác DHIQ nội tiếp

Ta có: $CH \parallel QB$ (do $BHCQ$ là hình bình hành)

Mà: $CH \perp AB$

Nên: $BQ \perp AB$ hay $ABQ = 90^\circ$

Tương tự: $ACQ = 90^\circ$

Xét tứ giác ABQC có:

$$ABQ + ACQ = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác ABQC nội tiếp.

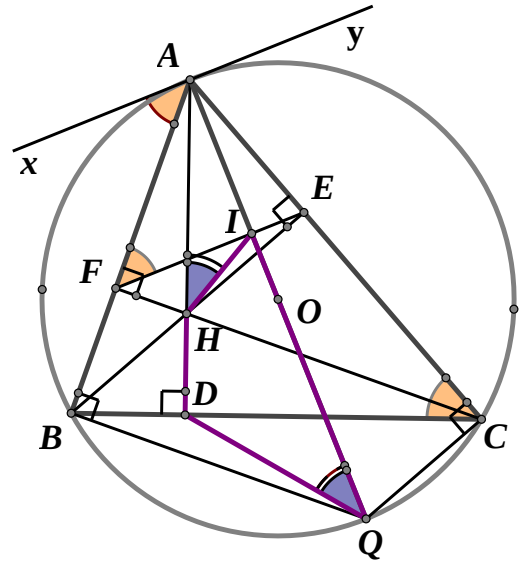
Mà ba điểm A, B, C cùng thuộc đường tròn (O).

Do đó: Q thuộc đường tròn (O).

Ta lại có: $ACQ = 90^\circ$

Suy ra AQ là đường kính của đường tròn (O).

Nghĩa là các điểm: A, I, O và Q thẳng hàng.



Chứng minh được: $\triangle AHF \sim \triangle ABD$. Suy ra được: $AF \cdot AB = AH \cdot AD$

Chứng minh được: $\triangle AIF \sim \triangle ABQ$. Suy ra được: $AF \cdot AB = AI \cdot AQ$

Từ đó suy ra: $AH \cdot AD = AI \cdot AQ$

Xét $\triangle AIH$ và $\triangle ADQ$, có:

HAI chung

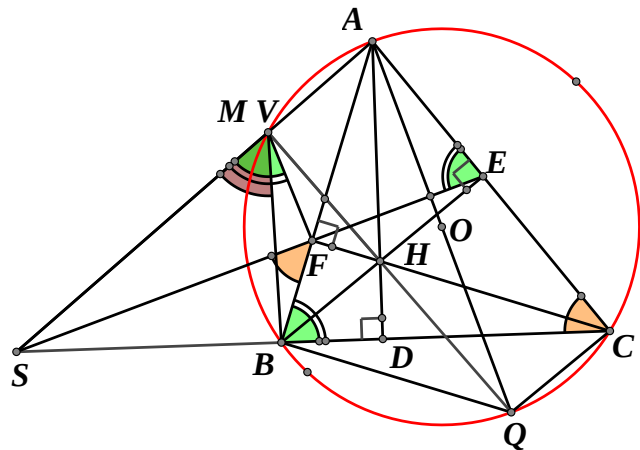
$$\frac{AI}{AH} = \frac{AD}{AQ} \quad (\text{Vì } AH \cdot AD = AI \cdot AQ)$$

Nên: $\triangle AIH \sim \triangle ADQ$

Suy ra: $\hat{AHI} = \hat{AQD}$

Vậy tứ giác DHIQ nội tiếp

(tứ giác có góc ngoài bằng góc đối của góc trong ở đỉnh đó).



c) Chứng minh: A, S và M thẳng hàng

Ta chứng minh theo hướng sau:

Gọi V là giao điểm của AS và đường tròn (O).

Chứng minh: $\hat{AVH} = \hat{AMH}$

Ta lại có: V và M cùng thuộc đường tròn (O).

V và M nằm cùng phía so với AH.

Kết luận: $\mathbf{M \equiv V}$

Suy ba điểm: A, S và M thẳng hàng.

Nhận xét:

Ta có: $\hat{AMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Cần chứng minh: $\hat{AVH} = 90^\circ$

Nếu có tứ giác AVHE nội tiếp và sẵn có: $\hat{AEH} = 90^\circ$

Nếu có: 5 điểm A, V, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

Giải quyết các tứ giác nội tiếp: AVFE và AFHE

Chứng minh: Tứ giác nội tiếp AFHE dễ dàng.

Chứng minh: Tứ giác nội tiếp AVFE.

Giải quyết: $\widehat{SVF} = \widehat{AEF}$

Do: $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

$\widehat{SVF} = \widehat{ABC}$ cần chứng minh tứ giác SVFB nội tiếp.

Nếu có: $\widehat{SVB} = \widehat{SFB}$

Qua trung gian: $\widehat{ACB}$

$\widehat{SVB} = \widehat{ACB}$ (tứ giác AVBC nội tiếp)

$\widehat{SFB} = \widehat{ACB}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

Trình bày:

Ta có: $\widehat{SVB} = \widehat{ACB}$ (tứ giác AVBC nội tiếp)

$\widehat{SFB} = \widehat{ACB}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

Nên: $\widehat{SVB} = \widehat{SFB}$

Do đó: tứ giác SVFB nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh liên tiếp V và F cùng nhìn cạnh BS với hai góc bằng nhau)

Suy ra: $\widehat{SVF} = \widehat{ABC}$

Mà: $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (tứ giác BFEC nội tiếp)

Nên: $\widehat{SVF} = \widehat{AEF}$

Vậy tứ giác nội tiếp AVFE.

Tứ giác AFHE cũng nội tiếp ($\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$)

Do đó: 5 điểm A, V, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

Nghĩa là tứ giác AVHE nội tiếp.

Suy ra: $\widehat{AVH} + \widehat{AEH} = 180^\circ$.

Mà: $\widehat{AEH} = 90^\circ$ (BE là đường cao của $\triangle ABC$).

Nên: $\widehat{AVH} = 90^\circ$

Ta lại có: $\widehat{AMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

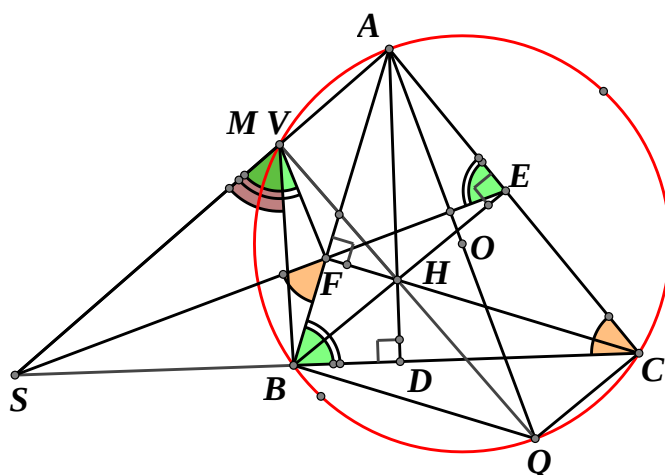
Suy ra: $\widehat{AMH} = \widehat{AVH}$

Mặt khác: V và M cùng thuộc đường tròn (O).

V và M nằm cùng phía so với AH.

Kết luận: $M \equiv V$

Suy ba điểm: A, S và M thẳng hàng.



Hết